Soluções em Aritmética
Vol. 1
Coletânea de problemas pouco comuns
resolvidos aritmética e algebricamente
Luis Valentin Vallejo

Soluções Aritméticas - Vol I
1ª Edição
2016

Luis V C Vallejo

INDICE

Sobre o autor

Luis Valentin C Vallejo é escritor. Atualmente está aposentado, mas atuou como Analista de Sistemas, como professor de Informática em curso profissionalizante de segundo grau e na área de Segurança Industrial. É autodidata em Matemática e em suas pesquisas utiliza principalmente a biblioteca deixada por seu pai, que foi Professor de Matemática em Colégios Maristas até a década de 1950. Entre suas obras, todas com acesso gratuito, destacam-se a tradução do ensaio "*O Jesus Histórico e o Cristo Mítico*" de Gerald Massey; a tradução de "*A Doutrina Verdadeira-Um Ensaio Contra os Cristãos*" de Celsus, numa tradução do grego por R. Hoffmann; "*A Revolta de Papel*" a verdadeira história da Inconfidência Mineira, uma revolta que não aconteceu, cujo herói é bem diferente do que se ensina e o "*O Caçador de Nuvens*" a realidade sobre a invenção do avião e a farsa de Santos Dumont.

Escreve no blog onde comenta sob sua visão pessoal os acontecimentos diários que repercutem na mídia. Todas as suas obras podem ser encontradas no blog na seção "Downloads" e baixadas gratuitamente.

Endereço de contato:
lsvltn@ojooo.com
Blog:

http://cloneclock.blogspot.com.br/

índice

O autor em seu escritório

APRESENTAÇÃO

Durante 10 anos de magistério no 2º grau notei que os alunos estavam tremendamente fracos em matemática, até mesmo desconhecendo o básico sobre as quatro operações.

Recentemente tivemos a informação de que apenas 8% dos universitários brasileiros conseguem entender o que leram. Se a pessoa não entende o que lê, como conseguirá resolver um problema de matemática, por mais simples que seja? E, se por acaso entender, como vai resolvê-lo se não possui conhecimento das mais elementares operações, aliado à imensa incapacidade de raciocínio?

Sabedores disso, as editoras e autores, a cada ano que passa, diminuem a complexidade dos exercícios de matemática (e de outras matérias) bem como o aprofundamento da disciplina, o que contribui de maneira definitiva com o baixo nível de conhecimentos dos alunos.

Até a década de 1950 as questões de provas eram descritivas e ainda existia o exame oral, onde o aluno se apresentava diante de

uma banca de professores, sorteava um número (ponto) que estava relacionado a algum tópico da matéria e era sabatinado sobre o assunto sorteado. Veja que não se tratava de resposta exclusivamente oral, principalmente em Matemática quando quase sempre o aluno era posto diante de um quadro negro e, escrevendo nele, havia que explicar a solução e resposta pedida. E isso começava no exame de admissão ao ginásio, com alunos de 11, 12 e 13 anos. O ensino na época estava dividido assim:

Idade	Curso	Séries
6	Jardim da Infância	-
7	Primário	1ª a 5ª
12	Ginásio	1ª a 4ª
16	Científico Clássico Normal	1ª a 3ª

Veja que o aluno que jamais fosse reprovado, aos 19 anos estaria entrando na universidade.

Para se ter ideia da profundidade desse sistema, eis alguns exemplos de exames de admissão ao ginásio de épocas passadas, com a devida atenção ao fato de que 90% dos professores de matemática do 1º grau ou fundamental de hoje, dificilmente conseguiriam resolver tais provas. Assim também ocorre com os problemas apresentados neste livro. Essa é a consequência de deixar o cerne da nação em mãos de políticos analfabetos e ignorantes. Ou se muda o sistema de votação "democrática" para um sistema de sorteio republicano ou jamais seremos uma nação. Veja os exames:

18–XII–1940

Examinadores: Coronel EURICO SAMPAIO
Dr. HAROLDO LISBOA DA CUNHA
Tenente-Coronel MOACYR TOSCANO

Primeira questão: Para representarmos todos os números da série natural, desde 1 até 1231, quantos algarismos escreveremos? Justificar o resultado.

Segunda questão: Um tanque recebe água de 4 torneiras. A primeira jorra por minuto, 20 litros d'água; a segunda, 150 decilitros; a terceira, 1 decalitro, e a quarta, 0,12 do hectolitro. Pede-se a quantidade d'água acumulada após 5 horas, sabendo-se que, no mesmo período, houve um vazamento de 8 litros por minuto.

Terceira questão: Calcular a expressão:

$$\frac{\dfrac{0{,}375 \times 2{,}4}{2{,}549.5 \ : \ 3{,}785} + \dfrac{0{,}55\ldots \times 0{,}6}{0{,}388.8\ldots}}{8 \times \dfrac{3}{14} - \dfrac{3}{7} + \dfrac{2}{3} : \dfrac{7}{9}}$$

Quarta questão: Dadas as frações: $\frac{27}{140}$, $\frac{22}{105}$, $\frac{48}{245}$ dizer qual é a maior e qual é a menor, justificando o resultado.

Quinta questão: Calcular o maior divisor comum dos números 1.430 572 e 858.

Sexta questão: Um barril cheio d'água pura pesa 1.158g e com água até o meio, 6 hectogramas e 48 gramas. Pede-se:

a) o pêso do barril vazio;
b) a sua capacidade;
c) o pêso da água nêle contida.

1948

Examinadores: Dr. CECIL THIRÉ
Dr. GEORGE SUMNER
Dr. HAROLDO LISBOA DA CUNHA

Primeira questão:

a) Escreva um número de cinco algarismos diferentes que seja divisível por 9 e 10.

b) Calcular o menor número que se deve somar a 34 829 para se obter um número divisível por 3.

Segunda questão:

a) Dados os números 360, 200 e 320, calcular o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum.

b) Escreva com três casas decimais o quociente do m. d. c. pelo m. m. c.

Terceira questão: Calcular:

a) $2\dfrac{2}{3} + \dfrac{1}{3} : 0{,}5$

b) $\dfrac{3}{5}\left(0{,}44\ldots + \dfrac{2}{9}\right) : \dfrac{5}{4}$

Quarta questão: Tem-se uma pipa que contém 46 500 cm^3 de vinho. Quantas garrafas de 75 cl de capacidade podem ser enchidas com o vinho dessa pipa?

Quinta questão: Jorge reparte certa quantia entre Pedro, Heitor e Otávio. Pedro recebe 1/6 da quantia e mais Cr$ 5,00; Heitor recebe os 3/7 da quantia mais Cr$ 6,00; Otávio recebe os Cr$ 32,00 restantes. Quanto cabe a Pedro e quanto a Heitor?

3-II-1949

Examinadores: Coronel NEWTON O'REILLY
Major AYRTON JOSÉ PEREIRA BASTOS
Capitão CARLOS VIVEIROS

Primeira questão:

a) Calcule o inverso do resultado da expressão abaixo e multiplique-o por uma unidade de quinta ordem.

$$\frac{\frac{0,(5)}{0,0(5)} \times 0,01^2}{0,1^3} - \left(8\frac{39}{55} - \frac{25}{4}\right) \times \frac{1}{8,7(09) - 6,25} + \frac{1}{0,1}$$

b) Calcule o número que deve ser escrito no lugar das reticências:

$$11 - 34 \times \frac{5}{17} + 49 : \frac{7}{2} + \ldots\ldots = 915$$

c) Divida 23 por 7 até a segunda ordem fracionária decimal e multiplique o resto da divisão pelo cubo de uma dezena.

d) Calcule cinco milésimos do m. m. c. dos três números cujos produtos dos fatôres primos são, respectivamente:

a) $2^3 \times 3 \times 5^2$
b) $2^2 \times 5$
c) 2×3^2

e) Adicione os resultados dos itens acima e escreva o total em algarismos romanos.

Segunda questão: Num dep.sito há 85 viaturas, sendo umas de oito rodas e outras, de três. Pergunta-se quantos veículos existem de cada espécie, sabendo que o total de rodas é de 320. Resolução raciocinada. Verificar.

Terceira questão: Se dos 9/5 de uma quantia subtrairmos Cr$ 371,00 obteremos os 2/7 dela. Qual é essa quantia? Dê a resolução raciocinada e verifique o problema.

Isso era um treinamento para a vida que, aos onze anos, a criança enfrentava. Tornava as pessoas mais seguras, menos medrosas, mais responsáveis. E as notas do exame final eram definitivas. Um aluno com carga de 12 a quinze matérias por ano, se ficasse reprovado em uma delas, teria de repetir o ano, refazendo tudo. Isso era um incentivo, um estímulo tremendo. Para não sofrer esse calvário o aluno se esforçava ao máximo para não ficar reprovado em nenhuma matéria.

O sistema político nacional, que rejeita a meritocracia colocando no poder nulidades, fez com que o mando ficasse em mãos de pessoas que não gostavam de estudar e estas foram fazendo leis para abrandar o sistema educacional até ao ponto de total decadência que temos hoje.

Como os exercícios discursivos foram totalmente substituídos por problemas de múltipla escolha e de uma mediocridade alarmante, resolvi então buscar em livros antigos uma série de problemas que hoje estão praticamente esquecidos e que quase ninguém sabe mais como resolvê-los, e publicá-los para livre consulta.

Chamamos a atenção para esse ponto: o livro está na internet e pode ser baixado gratuitamente. O que se pede é que aqueles que venham a ter a necessidade de usar as soluções aqui apresentadas tenham a hombridade de CITAR a fonte, ou seja, o livro e seu autor, bem como colocar o link da Internet para que todos possam acessá-lo.

O autor

Outono- 2016

Nota Inicial:

Todas as soluções quando indicadas, foram feitas pelo autor. As demais estavam nos livros pesquisados. Apesar de cuidadosa e demorada revisão podem existir erros, que pedimos a gentileza, sejam comunicados ao autor pelo email anteriormente citado.

Nos problemas que envolvem quantias, resolvemos não citar o nome da moeda (dólar, real, cruzeiro, cruzado, etc) e colocamos apenas um $ para indicar um tipo genérico de moeda fracionada em decimais.

Destacamos as soluções por aritmética que requerem o uso de raciocínio aliado a conhecimentos de teoria, onde os trabalhos de cálculo são pequenos. Já as soluções algébricas requerem um grande trabalho de cálculo com pouco raciocínio. Um bom exemplo é o problema nº37 do Capítulo V, pág. 234 onde se pode comparar a solução algébrica com a aritmética e verifica-se que o problema se resolve facilmente por álgebra, porém requer um bom raciocínio para se ser resolvido aritmeticamente. Por outro lado, um bom raciocínio pode resolver rapidamente um problema que é bem mais trabalhoso algebricamente, como no caso do problema nº 20 do Capítulo V, pág. 225.

O autor

CAPÍTULO I

Torneiras, Fontes, Reservatórios, etc.

1 - Um tanque tem duas torneiras. A primeira enche o tanque em 7 horas e a segunda, em 8 horas. Abrindo-se as duas torneiras ao mesmo tempo, e estando o tanque vazio, em quantas horas ficará cheio?

2 - Uma torneira enche uma caixa em 2 horas e outra em 3 horas. Ambas, em que tempo enchê-la-ão?

3 - Um tanque tem duas torneiras. A primeira o enche em 4 1/2 horas e a segunda em 5 1/2 horas. Abrindo-se as duas torneiras ao mesmo tempo, e estando o tanque vazio, em quantas horas ficará cheio?

4 - Uma torneira enche um tanque em 6 horas e outra, em 2 horas. Ambas, funcionando conjuntamente, em que tempo enchê-lo-ão?

5 - Uma torneira enche um reservatório d'água em 1/4 da hora e outra em 1/8 da hora. No fim de quanto tempo, funcionando juntas, encherão o mesmo reservatório?

6 - Um tanque tem três torneiras. A primeira o enche em 2 1/2 horas, a segunda em 3 1/3 horas e a terceira em 5 1/4 horas. Abrindo-se as três torneiras ao mesmo tempo, em quantas horas o tanque ficará cheio?

7 - Um tanque tem três torneiras. A primeira enche o tanque em 18 horas, a segunda em 24, e a terceira em 30. Abrindo-se as três torneiras, e estando o tanque vazio, em quantas horas ficará cheio?

8 - Um tanque tem três torneiras. A primeira despeja 7 litros e 3/4 por minuto; a segunda, 8 litros e 2/5 por minuto; a terceira, 10 litros e 3/8 por minuto. A capacidade do tanque é de 4000 litros. Abrindo-se as três torneiras ao mesmo tempo, em quantas horas o tanque ficará cheio?

9 - Um tanque tem duas torneiras. A primeira enche o tanque em 5 horas e a segunda o esvazia em 8 horas. Abrindo-se as duas torneiras ao mesmo tempo, e estando o tanque vazio, em quantas horas ficará cheio?

10 - Uma torneira enche um tanque em duas horas e outra o esvazia em dez horas, O tanque estando vazio e abrindo-se as duas torneiras, em que tempo ficará ele cheio?

11 - Uma torneira enche um reservatório em 1/9 do dia e uma válvula o esvazia em 1/7 do dia. Funcionando juntas, no fim de quanto tempo o reservatório ficará cheio?

12 - Um tanque tem duas torneiras. A primeira o enche em 2 2/5 horas e a segunda o esvazia em 4 1/2 horas. Abrindo-se as duas torneiras ao mesmo tempo, em quantas horas o tanque ficará cheio?

13 - Uma torneira enche um reservatório d'água em 1/8 da hora e uma válvula o esvazia em 1/4 da hora. Abertas, em que tempo o reservatório ficará cheio?

14 - Um tanque pode conter 820 litros de água. Uma torneira despeja dentro dele 2 2/3 litros em 3/5 de um minuto; uma outra faz escoar do mesmo tanque 2 1/2 litros em 3/4 de um minuto. Estando o tanque vazio e abrindo-se as duas torneiras ao mesmo tempo, em quantas horas ficará cheio?

15 - Um tanque tem três torneiras. A primeira enche o tanque em 25 horas e a segunda em 40 horas. Mas a terceira o esvazia em 60 horas. Abrindo-se as três torneiras e estando o tanque vazio, em quantas horas ficará cheio?

16 - Duas fontes, correndo uma durante 3 dias e outra durante 5 dias, encheram um tanque de 1200 m3; as mesmas fontes correndo respectivamente durante 2 e 4 dias encheram outro tanque de 840 m3. Qual é a quantidade de água que fornece por dia cada fonte?

17 - Duas torneiras abertas juntas, dão uma, 88 litros de água em 4 minutos, outra, 136 litros em 8 minutos. Quanto tempo gastarão juntas para encher um reservatório de 1365 litros?

18 - Uma fonte dá 2,45 litros de água por segundo; uma segunda fornece 147 litros por minuto. Quanto tempo gastam as duas juntas para encher um reservatório de 12,1375 m^3?

19 - Uma fonte fornece 82 litros de água por minuto. Que tempo gasta para encher um reservatório de 4,5 m de comprimento, 1,8 m de largura e 1,75 m de altura?

20 - Uma fonte corre para um reservatório de 158 hl e dá 45 l por minuto. O reservatório tem uma torneira que o vaza em 4 horas. Cheio o reservatório, abre-se a fonte e a torneira; que tempo gasta o sistema para esvaziar o reservatório?

21 - Um reservatório retangular tem 1,85 m de comprimento, 0,75 m de largura e 0,58 m de altura. Enche-se por uma torneira que dá 2 litros de água por minuto e esvazia-se por outra que vaza 1,4 litros por minuto. Em quanto tempo se enche este reservatório vazio, com as duas torneiras abertas?

22 - Uma torneira levou 3/4 de hora para esvaziar os 6/7 de um reservatório. Que tempo gastaria para esvaziar os 2/5?

23 - Uma torneira enche um tanque em 10 horas; outra torneira o esvazia em 15 horas. Vazio o tanque, que tempo gastarão as duas torneiras abertas para enchê-lo?

24 - Uma torneira pode encher um tanque em a horas; outra torneira pode enchê-lo em b horas; uma terceira pôde esvaziá-lo em a+b horas. Vazio o tanque e abertas as 3 torneiras, que tempo gastam para enchê-lo?

25 - Duas fontes enchem um tanque em 6 horas. Achar o tempo necessário a cada uma para encher o tanque, se, para isso, a 1ª gasta 5 horas mais do que a 2ª.

26 - Enquanto uma torneira traz 8 3/4 litros de água por minuto num reservatório, outra deixa escapar 3 5/6. Quantos litros conservará o reservatório em 4 horas 1/2?

27 - Três fontes enchem um reservatório: a 1ª em 1 hora 2/5; a 2ª em 2 horas 3/4; a 3ª em 4 horas 5/8. Abrindo-se as três e ao mesmo tempo uma torneira que o esvazia em 1 hora 2/3, em quanto tempo o reservatório estará cheio?

28 - Três fontes dão: a 1ª 16 2/3 litros por minuto; a 2ª, 17 6/7 e a 3ª, 18 3/4. Pede-se: 1º) Que tempo gasta cada uma para encher um reservatório de 134250 litros? 2º) Que tempo gastarão as três juntas?

---

29 - Uma torneira ficou aberta durante 3 horas 24 min 32 s para encher de água pura um recipiente. O vaso cheio pesa 2736 dag e vazio 2816 g. Quanto tempo gasta a torneira para fornecer um hl?

30 - Uma torneira enche um tanque em nove horas. Em que tempo encherá dois terços do tanque?

31 - Uma torneira encheria em 1 hora os 2/5 de um tanque; outra o esvaziaria em 3 horas os 8/9 dele. Vazio o tanque e abertas as duas torneiras, que tempo gastam para encher os 3/4 do tanque?

32 - Uma torneira enche um depósito d'água em 1/14 da hora enquanto uma válvula pode esvaziá-lo em 1/9 da hora. Trabalhando juntas, em quanto tempo o líquido atingirá 5/6 do referido depósito?

33 - Um reservatório é alimentado por duas torneiras. A primeira pode enchê-lo em 15 h e a segunda, em 12 h. Que fração do reservatório encherão em uma hora, as duas juntas?

34 - Um reservatório é alimentado por duas torneiras. A primeira pode enchê-lo em 15 horas e a segunda, em 10 horas. A primeira é conservada aberta durante 2/3 da hora e a segunda durante 1/2 hora. Que fração do reservatório ficará cheia?

35 - Um tanque se enche com 3 torneiras, e se esvazia por uma 4ª. Aberta sozinha, a 1ª o enche em 4 h; a 2ª, em 5 h, a 3ª, em 8 h. A 4ª o esvazia em 6 horas. Vazio o tanque, abrem-se as 4 torneiras ao mesmo tempo. No fim de quanto tempo o tanque estará cheio?

36 - Um tanque se enche com 3 torneiras e se esvazia por uma 4ª. Sozinha, a primeira o enche em "a" horas; a segunda, em "b" horas, a 3ª, em "c" horas, e a 4ª o esvazia em "d" horas. Vazio o tanque, abrem-se as 4 torneiras ao mesmo tempo; no fim de quanto tempo o tanque estará cheio?

37 - Duas torneiras dão água para um tanque; sozinha, a 1ª o enche em 3 horas e as duas juntas em 1 h 1/5. Que tempo gastaria a 2ª sozinha para encher o tanque?

38 - Duas torneiras enchem um mesmo tanque. A primeira sozinha gasta 2 horas menos que a segunda sozinha; juntas, gastam 2h 24 min para enchê-lo. Quanto tempo gastaria cada torneira sozinha para encher o tanque?

39 - Um tanque, com uma capacidade de 3 metros cúbicos, é alimentado por duas torneiras, que dão, a primeira 480 litros por hora e a segunda 6 litros por minuto. Pergunta-se quanto tempo cada torneira deve estar aberta (separadamente) para o tanque se encher em 7 horas.

40 - Um tanque de 9 hectolitros recebe 3/7 de hectolitro, e perde 2/5 de hectolitro por hora. Quanto tempo é preciso para enchê-lo se está vazio?

41 - Uma torneira vazaria uma cuba em 4 horas e outra torneira a vazaria em 7 horas. Quanto tempo se gasta para vazá-la com as duas torneiras abertas?

42 - Duas torneiras abertas no mesmo tanque precisariam de 9 horas 1/2 para o encher. Sabendo-se que a primeira sozinha o encheria em 15 horas 2/3, quanto tempo gastaria a outra?

43 - Um tanque tem duas torneiras. A primeira enche o tanque em 15 horas e a segunda, em 18 horas. Abrem-se as duas. Ao cabo de 5 horas fecha-se a segunda. Em quantas horas a primeira acabará de encher o tanque?

44 - Um tanque tem quatro torneiras. A primeira o pode encher em 1 hora 2/3 e a segunda em 3 horas 1/4 ; porém a terceira pode vazá-lo em 9/10 de hora e a quarta em 8 horas. Supondo o tanque cheio até os 3/4 e as 4 torneiras abertas, pergunta-se depois de quanto tempo estará vazio?

45 - Uma primeira torneira gastaria 7 horas 1/2 para encher um tanque; uma segunda gastaria 5 horas 5/8. Uma terceira torneira, porém, o vazaria em 14 horas 1/16. Abre-se a primeira torneira durante 2 horas 1/2; depois, põem-se a funcionar as três torneiras. Quanto tempo é preciso para acabar de encher o tanque?

46 - Três fontes correm para um reservatório. Em uma hora, a primeira e a segunda reunidas o enchem até os 5/28; a segunda e a terceira, até os 3/20; a primeira e a terceira, até os 9/50. Quanto tempo gastarão as três reunidas para enchê-lo totalmente?

47 - Três torneiras estão abertas para vazar uma cuba. A primeira e a terceira a vazariam em 3 horas 7/16; a primeira e a segunda em 2 horas 11/12; a segunda e a terceira em 4 horas 5/18. Pergunta-se:
1º) O tempo que precisarão as três reunidas para esvaziar a cuba;
2º) O tempo que precisaria cada uma aberta sozinha para isso;
3º) a porção que vaza cada uma, quando funcionam juntas.

48 - Uma torneira encheria em uma hora os 2/5 de um tanque; outra vazaria os 8/9 em 3 horas. Estando o tanque vazio, abrem-se as duas torneiras: em quanto tempo o tanque estará cheio?

49 - Duas fontes encheriam um tanque, a primeira em 5 horas e a segunda em 9 horas. Deixa-se correr a primeira sozinha durante 1 hora 2/3, depois a segunda, sozinha, durante 5/6 de hora, e enfim as duas juntas. Quanto tempo gastarão para acabar de encher o tanque?

50 - Uma fonte pode encher um tanque em 7 horas, uma torneira pode vazá-lo em 11 horas. Estando já 1/3 do tanque cheio, deixa-se correr a fonte e abre-se a torneira. Depois de quanto tempo os 3/4 do tanque estarão cheios?

51 - Uma bomba gasta 10 horas 5/12 para encher uma caixa de água. Mas, em consequência de um acidente, o rendimento diminui de 1/3 quando 1/4 da caixa estava cheia. Quanto tempo é preciso para a encher, sem conserto da bomba?

52 - Para vazar uma pipa, usa-se ao mesmo tempo um sifão no batoque e uma torneira na parte inferior. O sifão sozinho gastaria 10 horas para vazar a pipa, mas o seu ramo menor achando-se insuficiente, cessa de funcionar depois de 3 horas 1/3, quando os 3/4 da pipa já estão vazios. Quanto tempo gastará a torneira para acabar de esvaziar?

53 - Uma caixa de água é alimentada por duas fontes. Quando vazia, as duas fontes precisam de 12 horas 2/5 para a encher, e a primeira correndo sozinha gastaria os 2/3 do tempo necessário a outra sozinha para a encher. Porém a caixa apresentou uma fenda, e agora, as duas fontes precisam de 20 horas para enchê-la. Pergunta-se se a primeira fonte sozinha conseguiria encher a caixa gretada, e quanto tempo necessitaria.

54 - Uma torneira fornece 7 litros de água em 8 segundos. 1º) Abrindo-a às 10 h 20 min da noite, a que horas se deve fechá-la para se obter 54,6 m3 de água? 2º) A que altura se elevaria esta água num tanque circular de 6,3 m de diâmetro e 1,9 m de altura? 3º) Até que horas deveria ficar aberta se quiserem encher o tanque?

55 - Uma torneira encheria um tanque em 7 horas, uma 2ª em 9 horas e a válvula de escoamento o esvaziaria em 5 horas. Abertas as três ao mesmo tempo quando o tanque está cheio até os 2/9, quanto tempo ele gastará para se encher?

56 - Após haver deixado aberta durante 1 h 14 min uma torneira que encheria um tanque em 2 h 45 min, abre-se outra que seria capaz de enchê-lo em 3 h 19 min. Pede-se: 1º) quanto tempo, a partir desse momento gastariam as duas torneiras juntas para encher o tanque; 2º) o tempo que teriam gastado as duas se tivessem sido abertas juntas desde o princípio; 3º) o conteúdo do tanque, sabendo-se que a 1ª torneira dá 3 1/11 litros por minuto mais que a 2ª.

57 - Três torneiras alimentam um reservatório durante 36 horas. Durante esse tempo, a 1ª que fornece 4 litros por minuto, encheria o 1/5 do reservatório; a 2ª, o 1/4 e a 3ª o resto. A água, porém,

escorre por uma válvula capaz de esvaziá-lo em 60 h. Pede-se: 1º) Quantas horas gastariam as três torneiras juntas para encher o reservatório, deixando-se a válvula aberta; 2º) Quantos litros terá fornecido cada torneira; 3º) O número de litros esvaziados pela válvula.

58 - Um reservatório tem duas válvulas de escoamento. Abre-se uma delas que esvazia a quarta parte da água do reservatório e, em seguida, abre-se a outra, funcionando as duas até escoamento total. Para acabar de esvaziar-se, levou 5/4 de hora mais do que para o escoamento da quarta parte pela 1ª válvula. Se tivessem aberto as duas válvulas desde o princípio o escoamento terminaria 1/4 de hora antes. Quanto tempo gastaria a 1ª válvula sozinha para esvaziar o reservatório?

59 - Há duas válvulas A e B num reservatório. Abre-se A e deixa-se escoar a quarta parte do líquido. Abre-se então B e o reservatório acaba de esvaziar-se em 1 h 1/14. Se tivessem aberto primeiramente a válvula B durante meia hora e depois A, as duas juntas acabariam de esvaziá-lo em 1 h 1/7. Que tempo gastaria cada válvula separadamente para esvaziar todo o reservatório?

60 - Duas torneiras alimentam um reservatório. A 1ª dá, por minuto, 2 litros mais que a 2ª. Abre-se a 1ª durante a metade do tempo que a 2ª gastaria para encher o reservatório. Fecham-na então e abre-se a 2ª que acaba de encher o tanque. Se as duas tivessem sido abertas juntas, o tanque encher-se-ia 18 h 47 min mais cedo e a 1ª torneira só teria fornecido os 5/6 do que realmente forneceu. Pede-se:

1º - Quantos litros deu cada torneira por minuto?
2º - Qual é a capacidade do reservatório?
3º - Que tempo gastaria cada torneira separadamente para enchê-lo?
4º - Que tempo gastariam juntas?
5º - Quanto tempo cada torneira ficou aberta e quantos litros forneceu?

CAPÍTULO II

Tempo, Relógios, Ponteiros, Arcos, etc

1 - Um relógio marca 8 horas 45 min; mas está atrasado de 18 min 30 s. Que horas são?

2 - Acertou-se ao meio-dia um relógio que adianta de 11 min em 24 horas. Que horas serão quando marca 7 horas na manhã seguinte?

3 - Acertou-se às 8 horas da manhã um relógio que atrasa de 8 minutos por dia. Que horas são quando marca 18 horas?

4 - Um relógio adianta de 2 min 35 s por hora. De quanto adianta em 1 d 14 h 49 min 15 s?

5 - Um relógio adianta de 8/45 de hora por dia. 1º) Que horas marcará às 7 h 1/4 da noite, se ele foi acertado às 8 horas da manhã. 2º) Mesmos dados supondo-se que o relógio atrase.

6 - Um relógio adianta de 2/3 de minuto por hora. Acertam-no ao meio-dia. Dizer a hora exata, quando, na manhã seguinte, ele marcar 6 h 1/5.

7 - Um relógio que atrasa de 2 minutos por dia foi regulado uma quinta-feira ao meio-dia. Dizer a hora exata, quando, na terça-feira seguinte, marcar 16 h 15 min.

8 - Um relógio atrasa de 1 h 1/5 em 4 dias 1/6; acertaram-no ao meio-dia da quinta-feira. Dizer a hora exata, quando, no sábado de manhã, ele marcar 5 h 1/6.

9 - Um relógio adianta de 1 minuto 1/3 por dia. Às 3 horas da tarde de sábado, verifica-se ter adiantado de 8 minutos 1/2. Quando é que se tinha acertado o relógio?

10 - Um relógio atrasa de 2/5 de minuto por hora. Na quinta feira ele marca 2 h 3/4, quando, na verdade, são 3 horas da tarde. Dizer a hora exata, quando, no sábado seguinte, o relógio marcar 4 h 25 min da tarde.

11 - Um relógio que adianta de 4 min 5 s por dia, marca 16 h 50 min ao meio dia. Daqui a quanto tempo há de marcar a hora exata?

12 - Um relógio que adianta de 8 min 1/2 por dia, é acertado ao meio dia. Daqui a quanto tempo há de marcar novamente a hora certa?

13 - Um relógio adianta de 4 min em 12 h e outro atrasa de 4 min em 24 h. Acertam-se os dois na segunda-feira ao meio-dia. Determinar a hora marcada respetivamente por estes relógios, quando um estiver adiantado de 16 min e 1/2 sobre o outro, assim como o dia e a hora exata em que isto acontecer.

14 - Que horas são, se o que fica do dia vale os 9/15 do que passou?

15 - Que horas são, se 4/11 de que resta do dia é igual ao tempo decorrido?

16 - São 5 horas. Quanto tempo levará o ponteiro maior para alcançar o menor?

17 - Um relógio marca meia-noite; a que horas se dará o próximo encontro dos ponteiros das horas com o de minutos? Quantos encontros haverá da meia-noite ao meio dia?

18 - Os 3 ponteiros de um relógio indicam meio-dia. Dizer até meia-noite:

1º) a que horas hão de encontrar-se:

a) o ponteiro das horas e dos segundos;
b) o dos minutos e o dos segundos;
c) os 3 ponteiros;

2º) quantos encontros haverá

a) do ponteiro das horas e dos segundos;
b) dos ponteiros dos segundos e dos minutos;
c) dos 3 ponteiros.

19 - Quando um relógio marca meio dia, o ponteiro dos minutos fica em cima do ponteiro das horas. Pergunta-se a que horas se efetuarão os três primeiros encontros dos ponteiros.

20 - É meio-dia. A que horas se darão os encontros sucessivos dos dois ponteiros de um relógio?

21 - Um relógio possui três ponteiros, um para as horas, outro para os minutos e outro para os segundos. Este relógio marca meio dia e os ponteiros estão sobrepostos. Achar: 1º em minutos e fração de minuto em quanto tempo se realizará de novo o encontro do ponteiro das horas e o dos segundos; 2º o encontro do ponteiro dos minutos e dos segundos, 3º quantos encontros haverá de cada gênero em 5 horas.

22 - Ao meio dia, os ponteiros de um relógio estão juntos; a que horas estarão novamente juntos?

23 - Depois das 15 horas da tarde, a que horas os dois ponteiros de um relógio estarão novamente superpostos?

24 - Os dois ponteiros de um relógio estão sobrepostos entre 9 e dez horas. A que horas exatas isto se dá?

25 - Um relógio marca 8 horas. Dentro de quanto tempo os ponteiros vão se encontrar?

26 - A que horas exatas, entre 4 e 5 horas, os dois ponteiros de um relógio estão um por cima do outro?

27 - Que horas são quando os dois ponteiros de um relógio estão sobrepostos entre 7 e 8 horas?

28 - Um relógio marca 7 h. Em que momento o grande ponteiro estará a mesma distância do ponto XII do mostrador que o pequeno ponteiro do ponto VI?

29 - Um relógio marca 7 horas 38 minutos. Em que ponto do mostrador se acha o ponteiro menor?

30 - São 5 h 39 min. Que ângulo formam os dois ponteiros?

31 - São 7 h 45 min. Daqui a quanto tempo os 2 ponteiros estarão: 1º) em ângulo reto; 2º) no prolongamento um do outro?

32 - Que horas são quando os 2 ponteiros de um relógio fazem 72°, o ponteiro das horas estando entre 1 h e 2 h? Duas respostas.

33 - Um relógio marca 0 h 23 m. Qual é o ângulo formado pelos ponteiros? Mesma pergunta para 7 h 8 min 12 s.

34 - Que horas são quando os dois ponteiros de um relógio estão no prolongamento um do outro entre 4 e 5 horas?

35 - Mesma pergunta, supondo-se que são 5 horas?

36 - São 9 horas num relógio. A que horas os dois ponteiros se acharão no prolongamento um do outro?

37 - Um relógio marca 7 horas. Daqui a quanto tempo os dois ponteiros farão o mesmo ângulo, o maior ponteiro com 12 horas e o menor com 6 horas: 1º) se o ponteiro dos minutos estiver entre meio dia e 6 h ; 2º) se estiver entre 6 h e meio dia?

38 - São 12 horas. Daqui a quanto tempo os ponteiros de um relógio formarão um ângulo reto?

39 - Os 3 ponteiros de um relógio indicam meio-dia; a que horas o ponteiro dos segundos dividirá em duas partes iguais o ângulo dos dois outros?

40 - Um relógio marca meio dia. A que horas exatas terá lugar o encontro dos ponteiros, se o relógio adianta de 2 minutos 1/2 por hora?

41 - Mesma pergunta, supondo-se que atrasa de 2 min 2/5 por dia.

42 - Uma roda faz 12° 13′ 15″ por minuto. Que tempo leva para dar uma volta completa?

43 - Dois móveis estando sobre um mesmo ponto de uma circunferência, percorrem-na em sentidos inversos, o primeiro em 12 horas e o segundo em 1 hora. Dizer em minutos e fração de minuto, dentro de quanto tempo se dará o primeiro encontro?

44 - Um móvel A e outro móvel B estão atualmente num mesmo ponto de uma circunferência. O móvel A percorre-a em um movimento uniforme em 3 dias 3/4 e o móvel B em 4 dias 4/5. Pergunta-se dentro de quanto tempo os móveis encontrar-se-ão de novo.

45 - Dois móveis partem de um mesmo ponto de uma circunferência e a percorrem, o 1º em 45 d 5 h e o 2º em 27 d 6 h. Pede-se : 1º) em graus, minutos e segundos, o espaço percorrido por cada um dos móveis em um dia; 2º) o tempo exato que há de decorrer antes de seu próximo encontro, se vão no mesmo sentido e se vão em sentidos contrários.

46 - Dois móveis A e B, situados na mesma circunferência, distam de 183° 45′. Pede-se depois de quanto tempo se efetuará o encontro se vão: 1º) no mesmo sentido; 2º) em sentido inverso. A faz 24° em 1 h 12 min e B 40° em 1 h 20 min.

47 - Por hora um móvel percorre numa circunferência um arco de 3° 45′ 18″ em movimento uniforme. Dizer o arco que percorre e 7 h 40 min 15 seg e o tempo que leva para percorrer toda a circunferência.

48 - Quantos minutos decorreram desde 17 de outubro de 1783 às 19h 25 min até o dia 4 de maio de 1856 às 5h 8 min, Contar os anos bissextos

49 - Em 1875 o dia 13 de outubro caiu numa quarta feira. Em que dia da semana esse dia caiu em 1837?

50 - Entre o relâmpago e o barulho do trovão contaram-se 18 pancadas de um relógio que dá 4860 em 9 minutos. A quantos metros do relâmpago está o observador se o som percorre 3 2/5 hm por segundo?

CAPÍTULO III

Idades, celebração, etc

1 - Um moço de 15 anos, interrogado sobre a idade de seu irmão, responde: Minha idade iguala uma vez e um quarto a de meu irmão. Calcular a idade.

2 - Um pai tem hoje 3 vezes a idade do filho; há 12 anos, tinha 6 vezes a idade do mesmo filho. Quantos anos o filho tem hoje?

3 - Uma festa é celebrada todos os 14 anos por certo povo, todos os 18 anos por outro e todos os 24 anos por um terceiro. Supondo-se que seja atualmente festejada ao mesmo tempo pelos três povos, pergunta-se daqui a quantos anos será celebrada de novo pelos três no mesmo ano.

4 - Três navios partem de um mesmo porto: a saída do primeiro se efetua todos os 12 dias, a do segundo todos os 15 dias e a do terceiro todos os 25 dias. Hoje saíram juntos; pergunta-se depois de quantos dias as três saídas se efetuarão de novo no mesmo dia?

5 - O mais novo de dois irmãos tem 18 anos, e a idade do mais velho mais a idade do mais novo multiplicada pela idade do mais velho menos a do mais novo, dá 460. Qual é a idade do mais velho?

6 - Um pai tem 3 vezes a idade do filho e, faz 10 anos, sua idade era 7 vezes a do seu filho. Quantos anos tem cada um?

7 - O dobro da minha idade, aumentado da 1/2, dos 2/5, dos 3/10 dela e de 40, somam 200 anos. Achar minha idade.

8 - Daqui a 3 anos 1/3, minha idade terá aumentado de seu 1/6. Qual é minha idade?

9 - Um pai tem 5 vezes a idade de seu filho e daqui a 6 anos não terá mais senão 3 vezes esta idade. Quantos anos tem cada um?

10 - As idades de dois meninos são tais que o quociente do quadrado da 1ª pela 2ª é 3, e o quadrado da 2ª dividido pela 1ª dá 24 por quociente. Achar as duas idades.

11 - Pedro, Paulo, Luís e José tem juntos 61 anos, Qual é a idade de cada um sabendo-se que 4/5 da idade de Pedro valem 2/3 da idade de Paulo, os 3/4 de Paulo são a metade da de Luís e os 5/6 de Luís igualam os 5/7 de José?

12 - Do quadrado da idade de uma pessoa, tirando-se 12 vezes esta idade, fica 85. Qual é esta idade?

13 - Quando eu tinha a idade do Sr, tínhamos juntos 10 anos; quando o Sr. tiver a minha idade, teremos juntos 50 anos. Achar nossas idades.

14 - Uma pessoa sendo interrogada por outra sobre a idade que tinha respondeu: Eu tenho o triplo da idade que tu tinhas, quando eu tinha a idade que tu tens; e, quando tu tiveres a idade que eu tenho, teremos juntos 49 anos. Pergunta-se: quantos anos tem a pessoa?

15 - Minha idade é igual a três vezes mais a metade da idade que tu tinhas quando eu tinha a idade que tu tens. Quando tiveres o triplo da idade que tu tens nossas idades somarão 118. Quais são nossas idades?

CAPÍTULO IV

Barril, Vinho, Água, Misturas, etc.

1 - Quantos litros de vinho são precisos para encher 485 garrafas de 7/9 de litro cada uma?

2 - De uma barrica de vinho que custou $1450, vendem-se 2/5 a $7,20 o litro e 3/8 a $7,00. O resto, vendido a $6,80, produziu $367,20. Calcular o lucro total, o lucro sobre $100 e a capacidade da barrica.

3 - Um produtor vendeu os 5/9 de sua produção de vinho e tem ainda $27856,00 de vinho. Quantas barricas de 860 litros cada uma produziu, se o vinho vale $215,00 o hl?

4 - Um comerciante querendo 110 hectolitros de vinho de Borgonha, pediu a um negociante 44 pipas, não sabendo que a pipa, na Borgonha, é só de 228 litros, em vez de 250 litros. A fatura recebida é inferior de $7356,80 à que esperava. Pergunta-se: 1º. Quanto custa o litro deste vinho; 2º. em quanto importa a remessa realmente feita; 3º. quantas pipas deverá ainda pedir para chegar à quantidade desejada.

5 - Dois tonéis estão cheios de vinho que vale $7,5 o litro; a diferença de sua venda foi $540. Sabe-se que os 5/7 da capacidade do primeiro valem os 11/13 da capacidade do segundo. Pergunta-se o conteúdo de cada um.

6 - Duas barricas estão cheias de um líquido que vale $17/20 o litro e são vendidas por preços que diferem de $153. Sabe-se que os 5/6 da capacidade de uma valem os 1 1/3 da capacidade da outra. Qual é o conteúdo de cada uma?

7 - Para avaliar a capacidade de três toneis, A, B, C, enche-se A com o conteúdo de B que está cheio, e ficam em B os 125/1000 do que continha. Enche-se depois B (suposto vazio) com o conteúdo de C que está cheio, e fica em C o 1/5 do que continha. Enfim, para encher C (suposto vazio), derrama-se nele o conteúdo de A, e ainda faltam 324 decilitros. Quais são as respectivas capacidades?

8 - Misturam-se 9 1/6 litros de vinho com 1 2/3 litro de água. Dizer a quantidade de vinho e de água que há em 4/5 de litro de mistura.

9 - Misturam-se 4 litros de aguardente com 3 litros de vinho branco e 4 litros de água. Quanto entrará de cada um destes líquidos em um garrafão contendo 6 litros 1/2 da mistura?

10 - Um homem bebe o 1/3 de um copo cheio de vinho. Enche-o de água e bebe a metade do copo cheio; enche-o de água pela segunda vez e bebe a metade. Que fração de vinho fica então no copo?

11 - Uma pessoa bebe 1/3 de um copo cheio de vinho, depois enche-o com água. Bebe então a metade do copo, enche-o de água e sorve-o inteiro. 1º) Achar em fração do copo a quantidade de vinho que bebeu cada vez; 2º) A mesma pergunta para a água; 3º) Dizer a quantidade total de líquido absorvido, se o copo contém 4/25 de litro?

12 - Um negociante tem álcool de 41° e de 65°; toma 5 litros do 1º, que mistura com certa quantidade do 2º e a mistura fica com 50°. Quantos litros contém a mistura?

13 - Dois vasos de capacidade v e v' estão cheios, um de vinho de primeira qualidade, o outro, de água. Que quantidade é preciso transportar simultaneamente de um vaso para o outro, de modo que as duas misturas sejam idênticas?

14 - Duas barricas contêm: a 1ª "a" litros de vinho de Bordéus, e a 2ª "b" litros de vinho de Borgonha. Ao mesmo tempo tira-se igual número de litros de cada barrica, os quais são trocados de uma para outra; então as duas misturas ficam idênticas. Quantos litros se tiraram deste modo? — Aplicação: a = 100 l e b = 60 l.

15 - Quantos litros de água se devem misturar com 50 litros de vinho a $3,30 o litro e 60 litros a $4,00 para que a mistura valha $3,00?

16 - Um barril está cheio de vinho. Tira-se do barril 1/15 do vinho e enche-se novamente o barril com água. Em seguida, tira-se do barril 5/18 do seu conteúdo e enche-se novamente o barril com água. Restam no barril 728 litros de vinho puro. Qual é a capacidade do barril?

17 - Um tonel está cheio de vinho. Tiram-se os 3/16 que são substituídos por água. Feito isto, repete-se a mesma operação sobre a mistura. Calcular a capacidade do tonel, sabendo-se que o vinho restante no tonel excede de 61,5 litros a metade da capacidade total.

18 - Num primeiro vaso há 15 litros de vinho e 3 litros de água. Num segundo, 13 litros de vinho e 2 litros de água. Retiram-se 5 litros do 1º e 4 litros do 2º. Despejam-se então os 5 litros tirados do 1º no 2º e os 4 litros do 2º no 1º. Que quantidade de água e de vinho haverá depois em cada vaso?

19 - Num vaso há 12 litros de vinho e 18 litros de água; noutro há 9 litros de vinho e 3 litros de água. Quantos litros se devem tomar de cada vaso para se obter 14 litros, contendo partes iguais de vinho e água?

20 - Dois vasos de mesma capacidade contem vinho, valendo um \$8 e o outro \$10 o litro. O primeiro está cheio até 1/3 e o segundo até a metade. Coloca-se no primeiro a metade do conteúdo do segundo e depois, no segundo, a metade da mistura do primeiro. O vinho do segundo vaso, então, passa a valer \$305. Qual é a capacidade dos dois vasos?

CAPÍTULO V

Deslocamentos, Viagens, Trem, Carro, etc.

1 - Dois ciclistas partem na mesma hora, um de A para B e o outro de B para A. O 1º anda 36,25 km por hora e o 2º, 31,75 km. A que distância ficam um do outro, após 2 horas de marcha, sabendo que A fica a 157,5 km de B?

2 - Um trem anda 45 km por hora e sai de A às 7 horas para ir até B, situado a 512 km de distância. Duas horas mais tarde, outro trem, com velocidade de 51,25 km por hora, sai de B para ir em A, segundo a mesma linha. Dizer a distância que separa os 2 trens ao meio-dia.

3 - Em 4 minutos, um viajante anda 5 hm enquanto outro vence 6 hm em 5 minutos. Quem anda mais depressa, e que caminho percorre este mais do que o outro, durante 8 horas?

4 - Uma locomotiva percorre 1.284 metros em 1 minuto 1/2. Quantos km terá percorrido em 1 hora 35 min 15 segundos?

5 - O passo ordinário de um homem tem 0,8 m. Que tempo levará um viajante para percorrer 50 km, dando 100 passos por minuto?

6 - Dois viajantes partem juntos do mesmo ponto o primeiro percorre 4,5 km por hora e o segundo 4,8 km. Quanto levará cada um para percorrer 50 km.?

7 - Um ciclista percorre 10 1/2 km por hora e sai 3 horas antes de outro ciclista, que parte com uma velocidade de 13 km por hora, para alcançar o 1°. Que tempo levará o 2º para alcançar o 1º?

8 - Um trem expresso percorre 14,5 hm por minuto. Quanto tempo leva para percorrer 863 km?

9 - Um homem sai às 5 h 50 min da manhã e percorre 5.400 m por hora; 2 horas 5 minutos depois, é seguido por um cavaleiro que percorre 10,2 km por hora. A que distância do ponto de partida e a que horas hão de encontrar-se?

10 - Um motorista cobra $30,00 por hora para ficar à disposição de um passageiro, que viaja até uma cidade distante de 432 km. Partem às 6:00 horas e fazem a viagem em uma velocidade média de 72 km/h. Permanecem na cidade por 2 horas e depois voltam para casa, a uma velocidade média de 54 km/h. A que horas chegaram e quanto ganhou o motorista.

11 - Um trem sai às 8 h 10 min da manhã e chega ás 15 h 55 min percorrendo 36 km por hora. Quantas léguas percorreu e a que horas teria chegado, se tivesse percorrido 30 km por hora?

12 - Um viajante parte às 18 horas e percorre 41 hm por hora. As 19 h 42 min sai para alcançá-lo um cavaleiro que vence 9.200 m por hora. A que horas e a que distância do ponto de partida este há de alcançar o viajante?

13 - Um viajante percorre 1 légua 1/2 por hora; tem que andar 120 léguas e deve chegar a 25 de dezembro às 8 horas 3/4 da noite. Em que dia e a que horas deve sair, supondo que ande de dia e de noite?

14 - Dois comboios saem de São Paulo: o 1°, às 6 h da manhã e o 2°, às 7 horas 15 min da manhã. O 1.° vence 32 km por hora, e o 2°, 40 km. A que horas e a que distância de São Paulo, o 2.° trem alcançará o 1°?

15 - A 1º de junho, à 1 hora da noite, um trem saiu de Nova York para São Francisco, com uma velocidade de 54 km/hora; chegou a esta cidade a 4 de junho ao meio-dia. Qual é a distância de Nova York a São Francisco?

16 - Dois ciclistas vão ao encontro um do outro de dois pontos distantes de 271,9 km e partem no mesmo instante; o 1º anda 23,7 km por hora, o 2º 18,5 km. No fim de que tempo encontrar-se-ão e que distância cada um terá percorrido?

17 - Dois viajantes partem no mesmo tempo de duas cidades opostas: o 1º faz 2,5 km por dia mais do que o outro; depois de 10 dias encontram-se e o 2º percorreu 170 km. Calcular a distância das 2 cidades.

18 - Dois carros saem de um mesmo lugar; o 1º anda 6 km por hora, e o 2º, 10 km. A que distância do ponto de partida o 2º carro há de alcançar o 1º se este partiu 2 horas antes do 2º?

19 - A distância de 2 cidades é de 512 km. Um trem sai da 1ª às 13 horas e vai para a 2ª com a velocidade de 32 km por hora; às 11 horas, outro trem saiu da 2ª para a 1ª com uma velocidade de 40 km por hora. A que horas e a que distância de cada cidade há de realizar-se o encontro?

20 - Uma pessoa dispõe de 2 horas para entregar um veículo; parte de carro com a velocidade de 12 km por hora; a que distância do ponto de partida deve deixar o carro para voltar na hora marcada, se percorre apenas 4 km por hora na volta?

21 - Um barqueiro desce um rio com a velocidade v por hora, e sobe com a velocidade 2v/5. Até que distância deve descer para estar de volta depois de 2 horas?

22 - Um trem percorre certa distância, com movimento uniforme; se a velocidade aumentasse de 20 km por hora, ele levaria 3 horas a menos, e se diminuísse de 20 km, ele precisaria de 5 horas a mais. Achar a velocidade do trem e o distância que percorreu.

23 - Uma pessoa sai a passeio, a pé, percorrendo 4 km por hora. Depois de ter percorrido certa distância, voltou de carro, percorrendo 16 km por hora. Chegou em casa 2 horas 1/2 depois da saída. Calcular a distância a que chegou esta pessoa.

24 - Depois de ter andado durante 2 horas, um trem teve que parar durante uma hora, por causa de um acidente. Continuou depois a marcha com uma velocidade igual aos 2/3 da velocidade primitiva. Chegou assim com 5 horas de atraso. Se o acidente tivesse acontecido depois de 4 horas de marcha, o atraso teria sido só de 4 horas. Calcular a velocidade primitiva do trem.

25 - Duas pessoas saem juntas de A para ir o B. A primeira percorre 3 km por hora, e a 2ª 5 km. Esta última chega primeiro a B, descansa durante meia hora e volta logo pelo mesmo caminho. A que distância de A se dará o encontro? Sabe-se que de A a B a distância é 12 km.

26 - Um homem percorre certa distância em 4 horas; no mesmo tempo, um 2º homem percorre 8 km a mais; sabe-se também que o 2º leva 42 minutos menos que o 1º para percorrer 28 km. Que distância percorre o 1º homem em 4 horas, e qual é a verdadeira velocidade média de cada um?

27 - X e Y distam de 700 km. Um trem, cuja velocidade é 50km por hora, sai de X às 5 horas; outro sai do mesmo lugar às 7 horas e percorre 60 km por hora. Onde se encontrarão os trens? A que horas?

28 - Um cavaleiro, que percorre 1/4 de quilômetro por minuto já venceu 9 quilômetros quando outro cavaleiro, que faz 11/40 de km por minuto, se põe em marcha com intenção de o alcançar. Quanto tempo necessitará este segundo para alcançar o primeiro?

29 - Um viajante caminha 3 quilômetros 7/15 por hora. Pergunta-se quantos quilômetros um segundo viajante deve percorrer por hora, para alcançar o primeiro em 48 horas, sabendo-se que este tem 72 quilômetros de adiantamento.

30 - Dois homens saem ao mesmo tempo, um de Santos, outro de Ribeirão Preto, para Uberaba. O primeiro vai cinco vezes mais ligeiro do que o segundo e a distância de Santos a Ribeirão Preto é de 507 quilômetros. A que distância desta última cidade terá lugar o encontro?

31 - Dois viajantes partem de duas cidades opostas, A e B, e vão ao encontro um do outro. O que saiu de A anda 6 quilômetros por hora; aquele que partiu de B vence 5 km 1/4 e caminha desde 3 horas 3/7 quando o primeiro se põe em viagem. Sabendo-se que o encontro teve lugar no meio da estrada, achar a distância que separa as duas cidades. Os dois viajantes caminham igual número de horas por dia.

32 - Um viajante devia percorrer uma distância em 12 dias de 8 horas; perde 1 dia 1/2 antes de partir. Afim de compensar o tempo perdido, aumenta a sua velocidade de 1/5 durante 4 dias; depois a fadiga o obriga a diminuir de 1/5 a velocidade precedente. Quantas horas e minutos deverá caminhar por dia desde este momento, para chegar no dia marcado?

33 - Um camponês vai à cidade num trem que percorre 25 km por hora; volta por outro cuja velocidade de 36 km/h. A viagem na estrada de ferro dura ao todo 10 horas 1/6; achar a distância desta cidade à casa do camponês.

34 - Duas pessoas separadas por uma distância de 3600 metros, partem no mesmo momento, indo uma ao encontro da outra. Efetuou-se o encontro a 2000 metros de um dos pontos de partida. Se a pessoa mais vagarosa tivesse saído 6 minutos antes, o encontro se dava no meio do percurso. Que distância percorre cada pessoa num minuto?

35 - Uma pessoa andou a pé com uma velocidade constante durante 3 horas 1/2, depois tomou um carro que lhe permitiu acelerar a velocidade de 5 quilômetros por hora. A sua viagem de carro dura 3 horas 1/3 e a distância total percorrida é de 54 quilômetros 1/4. Quantos quilômetros por hora percorria a pé?

36 - Um carro percorre 12 quilômetros por hora e sai da cidade A para a cidade B. Um viajante caminha 4 quilômetros por hora e parte no mesmo instante que o carro, indo da cidade B para a cidade A. Quando o viajante encontra o carro, toma-o para voltar à casa, e verifica que a volta durou uma hora menos do que gastou na ida. Pergunta-se a distância das cidades A e B.

37 - Uma pessoa, indo de trem do Rio de Janeiro a Araraquara, pagou 4 bilhetes de primeira classe e 1 de segunda, por $377,45. Na volta, pagou 2 bilhetes de primeira e 3 de segunda por $334,85. Visto que um bilhete de primeira custa por quilômetro $0,026 mais do que um de segunda, dizer a distância das duas cidades e o preço de cada bilhete.

38 - Um comboio deve percorrer 512 km a 32 km por hora. Percorridos os 3/4 aumenta de 6 km a velocidade. A que horas exatas há de chegar, se a partida foi às 5 h 30 min da tarde?

39 - Uma locomotiva parte de A às 6 h 37 min (exatas) percorrendo 40 km por hora. A que horas uma 2ª. locomotiva deve partir de B com velocidade de 39 km/h e uma 3ª. de C com

velocidade de 21 km/h para que as três cheguem ao mesmo tempo em D? Distâncias: A—D, 441 km; B—D, 422 km; C—D, 85 km.

40 - Três carretas partem ao mesmo tempo de três pontos A, B, C situados em linha reta e se dirigem no mesmo sentido. As velocidades, por segundo, são respectivamente 1,25 ; 0,8 e 1,0 m. As distâncias AB e AC são respectivamente 1000 e 1800 m. Quanto tempo levará a 1ª para se colocar entre as duas outras a igual distância de cada uma?

41 - Uma pessoa viaja de trem com velocidade de 40 km por hora. Cruza com um trem expresso composto de 15 vagões que levou 3 segundos para passar. Dizer a velocidade do expresso se os vagões têm um comprimento médio de 6,25 m e a locomotiva com o tender, 10 m.

42 - Dois comboios cujas velocidades respectivas são 48 e 52 km por hora, partem ao mesmo tempo de duas estações distantes de 500 km e vão ao encontro um do outro. Quantas horas levarão para se encontrar e qual será o caminho que percorrerá cada um?

43 - Às 4 horas da manhã um trem sai do Rio de Janeiro para São Paulo com uma velocidade de 50 km por hora. Às 5 h sai do Rio para a mesma direção outro trem andando 60 km por h. Que tempo leva o 2º trem para alcançar o 1º e qual é a distância percorrida?

44 - Duas carretas têm por velocidades respectivas v e v'; seguem a mesma direção e estão separadas por uma distância d; daqui a quanto tempo hão de se encontrar?

45 - Um batalhão sai do quartel às 4 horas da madrugada e marcha na razão de 5 km por hora. Cada vez que percorre 4 km descansa 12 minutos. Acerca do meio da etapa, pára 1 hora em lugar de 12 minutos. O batalhão chegou ao meio-dia. Dizer o caminho percorrido.

46 - O trem A sai do ponto O às 8 h com a velocidade constante de 30 km por hora; o trem B parte do mesmo ponto O às 12 h, com a velocidade de 45 km por hora durante 1 h 40 min e, depois, de 60 km/h. A que horas B ficará a 20 km de A?

47 - Dois ciclistas A e B partem ao mesmo tempo da cidade M e dirigem-se para a cidade N. A anda a 18 km/h e B, a 15 km/h. A 12 km de M, A encontra um amigo e volta com ele à M, onde demora 20 minutos. Parte de novo e chega em N ao mesmo tempo que o companheiro B, que descansou 40 minutos na viagem. Dizer a distância MN e quanto durou o trajeto.

48 - Um móvel B fica a 20 km de um móvel A; na mesma direção, a 30 km além de B, fica o móvel C. Na mesma hora, os três móveis partem no mesmo sentido com velocidades por hora de 30 km para A, 15 km para B e 20 km para C. Qual caminho terá percorrido A quando estiver a igual distância de B e de C?

49 - Com a velocidade de 6 km por hora, um viajante vai a pé de um bairro ao centro da cidade; a 2 km do ponto de partida, encontra um bonde saído do mesmo ponto que ele, 10 minutos mais tarde. Depois de percorrer mais 11 km 1/3, encontra, pela 2ª. vez, o mesmo bonde, que parou apenas 10 min no ponto final no centro. Calcular a distância do ponto inicial ao ponto final do bonde.

50 - Um ciclista sai de São Paulo para Jundiai às 7 horas da manhã com a velocidade de 15 km por hora. As 9 h 30 min parte de São Paulo um automóvel que deve alcançar o ciclista; depois de andar 30 min com a velocidade de 40 km por hora, o automóvel pára 10 min por causa de um defeito. De quanto o automóvel deve aumentar sua velocidade para alcançar o ciclista como se tivesse corrido sem interrupção a 40 km por hora? Dando-se o encontro em Jundiai mesmo, qual é a distância de Jundiai a São Paulo?

51 - Numa cidade, dois pontos A e B, distantes de 5 km, possuem duplo serviço de bondes; tanto em A como em B, sai um bonde cada 5 minutos, com as velocidades de 1 km em 6 min no sentido AB, e de 1 km em 5 min no sentido BA. Às 6 horas da manhã, um viajante, andando 4 km por hora, sai de A, a pé, no mesmo tempo em que de A e B parte um bonde. Dizer: 1º) no trajeto AB, quantos bondes o viajante viu correr no mesmo sentido e em sentido contrário; 2º) A hora de chegada do viajante ao seu destino se andou a pé até B; 3º) qual bonde deveria tomar no caminho para chegar às 7 horas da manhã no seu destino.

52 - Dois viajantes partem de São Paulo às 7 h para irem a Córrego Fundo distante de 330 km; o 1º toma o trem com uma velocidade media de 45 km por hora; o 2º anda de aeroplano, à razão de 90 km por hora, mas pára às 9h 50 min por causa de defeito no motor; 1 h 30 min mais tarde, sobe num automóvel e continua a viagem para Córrego Fundo. Qual deve ser a velocidade do automóvel para as duas pessoas chegarem juntas a Córrego Fundo.

53 - Quatro viajantes têm 63 km a percorrer. Possuem uma pick up que anda a 30 km por hora, mas tendo apenas 2 lugares além do condutor. Combinam que dois tomarão o veículo até certa distância para acabar a viagem a pé à razão de 4 km por hora. O veículo voltará buscar os dois outros viajantes que terão andado a pé na razão também de 4 km por hora.
1º Onde o veículo deve deixar os 2 primeiros viajantes para que todos cheguem juntos?
2º Quantos km terá feito cada um a pé e de veículo?
3º Dizer as horas em que o veículo deixa os primeiros viajantes, toma os seguintes e chega ao ponto final.

54 - Um batalhão anda 5 km por hora de marcha, parando 10 min após 50 min de marcha. Sai do quartel às 5 h da manhã. Um ciclista de transmitir ordens parte do mesmo quartel às 8 h 40 min com a velocidade de 12 km por hora. A que horas e a que distância do quartel alcança o batalhão? O ciclista pára uma hora no ponto de encontro e volta com a velocidade de 15 km por hora. A que horas e a que distância do quartel encontrará um 2º. batalhão saído do quartel às 8 h 40 min e andando como o 1º?

55 - Um automóvel parte de A e vai para B desenvolvendo uma velocidade de 80 km por hora. No mesmo instante parte de B e vai para A, seguindo a mesma estrada, outro automóvel, desenvolvendo a velocidade uniforme de 100 km por hora. A distância entre A e B é de 27 km. Pergunta-se: a que distância de A os dois automóveis vão passar um pelo outro?

56 - Duas carretas partem do mesmo lugar a 2 horas de intervalo; a velocidade da 1ª é de 6 km por hora e a da 2ª, 8 km/h. Dirigem-se no mesmo sentido. Daqui a quanto tempo hão de encontrar-se?

57 - Numa excursão que fez, um ciclista desenvolveu a velocidade de 20 km por hora nos trechos de subida de uma estrada que percorreu; e desenvolveu a velocidade de 30 km por hora nos trechos de descida. Na ida gastou 2 horas e 50 minutos e na volta gastou 3 horas. Quantos quilômetros percorreu, na ida, em subida e quantos em descida?

58 - Um ciclista percorreu, ida e volta, uma estrada de 100 km, fazendo 25 km por hora nos trechos horizontais, 15 km por hora nas subidas e 30 km por hora nas descidas. Na ida gastou 4 horas e 24 minutos e na volta, 4 horas e 36 minutos. Quantos quilômetros percorreu, na ida, nos trechos horizontais, nos de subida e nos de descida ?

59 - Um pedestre tem que percorrer certa distância. Depois de percorrer 20 km, acelerou a marcha de 1 km por hora. Se tivesse andado sempre com esta última velocidade, teria percorrido a distância em 40 minutos menos; se tivesse conservado a velocidade primitiva, chegaria 20 minutos mais tarde. Que distância percorreu ?

60 - Um ciclista, numa estrada em subida, anda com a velocidade de 12 quilômetros por hora. Na volta, desce com a velocidade de 20 quilômetros por hora. A diferença de tempo para subir e descer foi de 16 minutos. Qual é o comprimento da estrada?

CAPÍTULO VI

Diversos

1 - Qual é a distância percorrida por um carro, sabendo que as rodas pequenas tem 2 metros de circunferência e as rodas grandes 2,4 m e as primeiras deram 1250 voltas a mais que as segundas.

2 - As rodas de um carro têm 3,145 m de circunferência. Quantas voltas darão num percurso de 5 km?

3 - As rodas maiores de um carro têm 2,25 m de circunferência, e as menores 1,44 m. Quantas voltas mais do que as maiores darão as menores numa distância de 13,212 km?

4 - As rodas de uma locomotiva, que percorre 45 km/h, têm 7,5 m de circunferência. Quantas voltas dão por minuto?

5 - Qual é a distância percorrida por um carro no qual as rodas menores têm 0,8 m de diâmetro e as maiores 1,4 m ? Sabe-se que as rodas menores deram 2.000 voltas mais do que as maiores.

6 - As rodas dianteiras de um carro têm 2 metros 2/3 de circunferência, e as traseiras, 3 metros 2/5. Que distância o carro deve percorrer para que as rodas menores deem 1.650 voltas mais do que a roda maior?

7 - A roda de uma máquina dá 91 voltas em 3 segundos 3/4. Pergunta-se quantas voltas efetuará em 5 horas e 3/4.

8 - A distância percorrida por um ciclista é tal, que a roda menor da bicicleta deu 1600 voltas mais do que a outra. Como as circunferências das duas rodas estão entre si como 3 para 7 e a da maior é de 4 metros 1/5, achar a distância percorrida.

9 - Num largo público, formando um quadrado de 33.856 m^2 estabeleceu-se no seu interior e ao redor uma alameda de 8 m de largura, plantada de 2 linhas de árvores, espaçadas de 4 m umas das outras. Qual é a superfície da alameda, a do largo menos a alameda e o número de árvores?

10 - Dispondo-se certo número de árvores em quadrado, de modo a formar fileiras paralelas e equidistantes nos dois sentidos, achou-se que sobram 92 árvores. Pondo-se mais uma árvore por fileira, de modo a formar sempre um quadrado, faltam 37 árvores para acabar o quadrado. Quantas árvores havia?

11 - Um general quer dispor seus 1404 soldados em quadrado de centro vazio. Deve haver 3 fileiras em cada lado. Quantos soldados haverá em cada fileira?

12 - Repartir $9246 entre 4 pessoas de modo que, se a 1ª tiver $2, a 2ª tenha $3; e quando esta tiver $5, a 3ª tenha $6; enfim, quando a 4ª tiver $4, a 3ª tenha $3.

13 - Duas cidades A e B distam de 500 km. A tonelada de minério custa $30 em A e $38 em B. Pede-se achar na linha AB um ponto C tal que, para as despesas, seja indiferente comprar minério em A ou em B. Sabe-se que o minério de A é transportado à razão de $0,6 por tonelada e por km, e o que vem de B à razão de $0,50 por tonelada e por km.

14 - Dois operários ganham salários diferentes. Depois de certo número de dias, o 1º recebe $96, e o 2º, que faltou 6 dias, recebe $54. Se o 2º tivesse trabalhado todos os dias, e se o 1º tivesse falhado 6 dias, cada um receberia a mesma quantia. Dizer quantos dias trabalhou cada um e quanto recebem por dia.

15 - Uma camponesa leva ao mercado uma cesta de ovos, que quer vender por $0,7 cada um. No caminho quebra 5; porém nota que vendendo os outros a $0,8, não há perda. Quantos ovos levava?

16 - Uma van cobra por quilômetro e por pessoa numa viagem de 60 km. A van sai do ponto inicial com 4 pessoas que deverão pagar $360 para fazer todo o percurso. Após 25 km, entram mais 3 passageiros, que seguem até o fim da viagem. Quanto deverá pagar cada pessoa ao final da viagem?

17 - Certo número de pessoas fazem em comum uma refeição cuja despesa total é de $120. Como porém 10 se retirassem sem pagar, as outras tiveram de dar mais $1 cada uma. Quantas pessoas tomaram parte na refeição?

18 - Um empregado recebe $112 por certo número de dias, e $168 por outro número de dias. O preço por um dia sendo um número exato de mil reis compreendido entre 4 e 8, pergunta-se o número de dias pagos cada vez.

19 - Tem-se três qualidades de vinho, a saber: 1.632 litros de uma primeira qualidade, 1.824 de uma segunda e 2.208 de uma terceira. Quer-se pôr este vinho em pipas de mesma capacidade, as maiores possíveis, e de modo que se tenha um número exato de pipas de cada qualidade. Pergunta-se o número de pipas para cada qualidade.

20 - Três operários empregados numa empresa recebem o primeiro $220, o segundo $280 e o terceiro $340 por semana. Durante quanto tempo trabalhou cada um, se todos três receberam uma mesma quantia inferior a $60000 por um número exato de semanas?

21 - Duas pessoas levam ao mercado cada uma igual número de ovos, compreendido entre 150 e 200. Qual é este número, se a primeira contando os seus por dúzias, e a segunda os seus próprios por dezenas, acham cada uma um excesso de 8?

22 - Um jardineiro tem certo número de mudas, inferior a 700. Quando as ajunta por grupos de 6, de 8, de 10 ou de 12, sempre verifica que restam 5, e quando as ajunta por grupos de 11, não resta nenhuma. Achar este número.

23 - Quais são as séries de dois números cuja soma é 245 e o máximo divisor comum 35?

24 - Dividiu-se três vezes uma mesma quantia, compreendida entre $100 e $200 por três grupos de pessoas. Cada pessoa do primeiro grupo recebeu $8; cada pessoa do segundo grupo teve $9 e cada pessoa do terceiro teve $12; em cada caso porém, sobraram $5. Qual é a quantia, e quantas pessoas contava cada grupo?

25 - Num pomar, conta-se certo número de árvores, sendo que a metade são laranjeiras, 1/4 são mangueiras, 1/6 são ameixeiras e as 50 restantes, cerejeiras. Quantas árvores há de cada espécie?.

26 - Um pastor, interrogado sobre o número de suas ovelhas responde: «Somai a metade, o 1/3, e o 1/5 do meu rebanho, e acharei 3 ovelhas a mais do que tenho.» Quantas ovelhas tem este pastor?

27 - Se eu tivesse o 1/3, o 1/4 e os 2/5 do quíntuplo das cartas que levo, dizia um carteiro, e ainda mais 50, teria 640 cartas. Quantas cartas está levando?

28 - Um carteiro dizia: «Se tivesse distribuído o 1/3, o 1/4 e os 2/5 do dobro das cartas que recebi no correio, mais 50 cartas, eu teria distribuído 640». Quantas cartas distribuiu o carteiro?

29 - Uma senhora tinha certo número de maçãs, que se deseja conhecer. Sabe-se que vendeu 1/3 das maçãs mais os 2/3 de uma maçã, deu fiado 1/8 mais 3 maçãs e 1/3, comeu 1/4 das maçãs e ainda sobram 1/7 das maçãs mais 6 maçãs e 5/7.

30 - Um regimento deve efetuar uma expedição em 17 dias. Mas, no momento de partir, recebe uma ordem de a realizar em 11 dias. Em consequência, o coronel aumenta a marcha de cada dia de 2 léguas 8/11. Qual era a distância total a vencer?

31 - Um galgo persegue uma lebre que tem 63 pulos de adiantamento. Enquanto o galgo dá 11 pulos, a lebre dá 14; porém 5 pulos do galgo valem 8 da lebre. Quantos pulos o galgo deve dar para alcançar a lebre?

32 - Uma raposa tem 60 pulos de dianteira sobre o galgo que a persegue. A raposa dá 9 saltos em quanto o galgo dá 6; mas pulos do galgo valem tanto como 7 da raposa. Quantos saltos dará o galgo para pegar a raposa?

33 - Uma raposa está adiantada de 60 pulos sobre um cão que a persegue. Enquanto o cão dá 4 pulos a raposa dá 5 ; mas 3 pulos do cão valem 5 pulos da raposa. Quantos pulos dará o cão para alcançar a raposa?

34 - Os 3/8 de um poste foram pintados em branco, os 3/5 do resto em azul e o novo resto de 1 metro 1/4 em vermelho. Qual era o comprimento do poste e o de cada parte?

35 - Três blocos de gelo são tais, que o volume do primeiro excede de 1/8 o do segundo, ao passo que este não é senão os 16/27 do terceiro; entretanto, a diferença entre os volumes do terceiro e do primeiro é de 1005 litros. Calcular o número de litros de água que daria a fusão de todo o gelo, visto que a água ao congelar-se aumenta de 1/9 seu volume.

36 - Os 3/4 de um tonel estão cheios de azeite. Retiram-se os 5/7 deste azeite, depois os 9/11 do resto. Enfim o que fica é vendido $105,00. O litro de azeite pesa 0,910 kg e o preço do quilo é de $34,50. Achar a capacidade do tonel.

37 - Compram-se 12 litros de leite. Para saber se o leiteiro nele misturou água, pesam-no e acham 12,3 quilos. Um litro de leite puro pesa 1,03 quilo; dizer a quantidade de água que encerram os 12 litros.

38 - Cem kg de água salgada contém 8500 g de sal. Quantos kg de água pura se lhe devem acrescentar para que 200 kg da mistura contenham apenas 5000 g de sal?

39 - Um vaso encerra 0,35 litro de água salgada. Tira-se 0,14 litro, que se substitui por água doce. Toma-se então 0,04 litro da dissolução que se faz evaporar, achando-se que encerra 0,35 gramas de sal. Que quantidade de sal havia primitivamente no vaso?

40 - Um fazendeiro tem certo número de cavalos que deseja vender cada um por $1200. Morrem-lhe 20 e ele, para receber a mesma quantia vende os outros $300 mais caro cada um. Quantos cavalos tinha?

41 - Três feirantes repartem entre si uma cesta de laranjas. O 1º fica com a metade menos 9; o 2º com o 1/3 do resto menos 2; o 3º ganha as 16 laranjas restantes. Quantas laranjas havia na cesta e quantas ganhou cada um?

42 - Comprei laranjas a $9 a dúzia. Se, pelo que gastei, me tivessem dado mais 4 laranjas, a dúzia me teria custado $1 menos. Quantas frutas comprei?

43 - Um fazendeiro compra 24 ovelhas e outros tantos cordeiros; um cordeiro vale $16 menos do que uma ovelha. Qual é o preço de cada animal, se o fazendeiro pagou $2304 ao todo?

44 - Um número inteiro tem 3 algarismos cuja soma iguala 3 vezes o algarismo das dezenas. Achar esse número, sabendo que perde 198 unidades, trocando-se os algarismos das unidades e das centenas e que o algarismo das unidades é 2 vezes menor que o das centenas.

45 - Pagou-se a quantia de $51 com notas de $2 e de $5. Quantas notas houve de cada espécie?

46 - Uma pessoa troca notas de $5 por notas de $2. Que quantia trocou, se, depois da operação, tinha 252 notas a mais?

47 - Um fazendeiro admitiu dois colonos ao trabalho em sua fazenda, com a condição de dar a cada um, por ano, $3000, uma bicicleta e um celular. O primeiro colono, no fim de 5 meses, foi dispensado do trabalho e recebeu $1100 e uma bicicleta. O segundo, no fim de 8 meses, retirou-se da fazenda e recebeu $2200 e um celular. Quanto valia uma bicicleta e um celular?

48 - Para numerar as páginas de um livro foram necessários 258 tipos. Quantas páginas tem esse livro?

49 - Quantas páginas tem um livro cuja numeração necessita o emprego de 11837 caracteres?

50 - Uma pessoa, escrevendo a série dos inteiros, parou num certo número. Em que número parou se escreveu 1 506 algarismos?

SOLUÇÕES

Obs:

Todas as ***soluções*** marcadas na cor **azul** foram elaboradas por **Luis VC Vallejo**. Nelas foram utilizadas as seguintes convenções e simbologia conforme o SI:

vazão = volume ÷ tempo	->	símbolo: **Q**	Ex: 135 litros/min
volume = vazão × tempo	->	símbolo: ∀	135 litros
tempo = volume ÷ vazão	->	símbolo: **t**	3 h 4 min 25 s
Grau Celsius e ângulos	->	símbolo: ^{o}	32^{o}
Dia (tempo)	->	símbolo: **d**	10 dias → 10 d
Hora (tempo)	->	símbolo: **h**	19 horas → 19 h
Minutos (tempo)	->	símbolo: **min**	15 min
Segundo (tempo)	->	símbolo: **s**	25 s
Minutos (ângulo)	->	símbolo: **‘**	11‘ → 11 min
Segundo (ângulo)	->	símbolo: **“**	35 “ → 35 seg
volume (SI)	->	símbolo: **m^3**	25 m^3
volume	->	símbolo: **l**	2 litros → 2 l

ATENÇÃO:

Veja primeiramente os problemas iniciais de cada capítulo, pois são mais fáceis e contém ferramentas de cálculo mais detalhadas, que serão omitidas na solução dos problemas subsequentes.

Não se esqueça da ética: **Ao usar as soluções deste livro, CITE o nome do livro, o autor e o link de acesso na internet. Obrigado!**

Teoria:

Números complexos

São números compostos de várias partes referidas a unidades diversas as quais são sub divisões não decimais da mesma unidade.
Ex: 25 d 15 h 54 min 32,3 s

Números que se referem a uma unidade única são chamados de incomplexos
Ex: 320 segundos

Operações:

1 - Adição:
Exemplo:
$25^o\ 37'\ 46'' + 17^o\ 47'\ 45'' =$

Coloca-se cada unidade de mesma ordem em colunas, como no quadro e somam-se:

25^o	$37'$	$46''$
17^o	$47'$	$45''$
42^o	$84'$	$91''$

Observa-se então que o resultado dos minutos passou de 60, o mesmo acontecendo com os segundos. Então:
$91'' = 1'\ 31''$ (91 - 60= 31)
Então, nesse caso, soma-se 1 na coluna dos minutos e acerta-se a coluna dos segundos :

	$1'$	
42^o	$84'$	$91''$
42^o	$85'$	$31''$

85′ = 1° 25″ (85 - 60 = 25)
Soma-se 1 na coluna dos graus e acerta-se a coluna dos minutos:

1°		
42°	85′	31″
43°	25′	31″

Resposta: 43° 25′ 31″

Se não houver valores maiores que 60 para os minutos e segundos, não é necessário fazer ajustes.

Ex: 1245° 32′20″+25° 12′ 39″ =

1245°	32′	20″
25°	12′	39″
1270°	44′	59″

Resp: 1270° 44′ 59″

2 - Subtração:
Montagem como na adição, fazendo-se a subtração:

Ex: 45° 52′ 32″-25° 12′ 30″ =

45°	52′	32″
25°	12′	30″
20°	40′	02″

Resp: 20° 40′ 2″

Caso os valores do subtraendo sejam maiores que os do minuendo, procede-se assim:
Ex: 128° 11′ 22″-25° 36′ 45″ =

128°	11′	22″
25°	36′	45″
	?	?

Para tornar a coluna dos minutos e dos segundos com um minuendo maior, começamos pelos segundos, que vamos acrescer de 60″, tirando-o da coluna dos minutos:
11′ → 10′ + 1′ (60 seg) => 11′ 22″ ou 10′ (22+60) 82″

128°	10′	82″
25°	36′	45″

A mesma coisa com os graus e minutos:

128° → 127° + 1° (60 min)

128° 10′ = 127° (10+60) 70′

127°	70′	82″
25°	36′	45″

Fazendo-se a subtração:

127°	70′	82″
25°	36′	45″
107°	34′	37″

Resp: 107° 34′ 37″

3 - Multiplicação:

a) Por incomplexo:

Multiplica-se cada unidade do complexo pelo incomplexo.

Sem ajustes:

Ex: 10h 14 min 10 s × 4 =

40h 56 min 40 s

Com ajustes:

Ex: 24 h 57 min 33 s × 7 =

168 h 399 min 231 s

I) Ajuste 231 s →

231 ÷ 60 = 3,85

Então 231 segundos são

3 minutos + 0,85 min

Como o minuto tem 60 segundos, então

0,85 × 60 = 51 seg

O resultado da operação fica então: 168 h (399+3)min 51 s ou

168 h 402 min 51 s

II) Ajuste de 402 min →
402 ÷ 60 = 6,7
Então 402 minutos são
6 horas + 0,7 horas
Como a hora tem 60 minutos, então
0,7 × 60 = 42 min
O resultado da operação fica então: (168+6) h 42 min 51 s ou
174 h 42 min 51 s

III) Ajuste de 174 h →
174 ÷ 24 = 7,25
Então 174 horas são
7 dias + 0,25 dia
Como o dia tem 24 horas, então
0,25 × 24 = 6 horas
O resultado da operação fica então:
7 dias 6 horas 42 min 51 s

b) Por Complexo:

Ex: $30^o 15' 26'' \times 12^o 33' 42'' =$

Reduzir a graus e multiplicar

30^o	30^o	12^o	12^o
$15'$	$15/60^o$	$33'$	$33/60^o$
$26''$	$26/3600^o$	$42''$	$42/3600^o$

Redução a graus:

$30 + 15/60 + 26/3600 = 108926/3600$ (1)
$12 + 22/60 + 42/3600 = 7537/600$ (2)

Multiplicando (1) por (2)
$108926/3600 \times 7537/600 = 380{,}081^o$

ou $380^o + 0{,}081^o$
Reduzindo: $0{,}081^o \times 60 = 4{,}868'$
Ou $4' + 0{,}868'$
Reduzindo: $0{,}868' \times 60 = 52{,}10''$
Resp: 380^o 4′ 52,10″

4 - Divisão

a) Por incomplexo
Ex: 52^o 15′ 20″ ÷ 6 =

Divide-se cada unidade, começando pela maior e fazendo-se os ajustes nas demais
$52^o \div 6 = 8{,}666$
Ou : $8^o + 0{,}666^o$
Ajuste: $0{,}666^o \times 6 = 4^o$
$\rightarrow 4 \times 60 = 240'$

Somam-se com os minutos dados:
$15' + 240' = 255'$

Divisão: $255' \div 6 = 42{,}5'$
Ou $42' + 0{,}5'$
Ajuste: $0{,}5' \times 6 = 3' \rightarrow$
$3' \times 60 = 180''$
Somam-se os segundos dados:
$20'' + 180'' = 200''$
Divisão:
$200'' \div 6 = 33{,}333''$
Resp: 8^o 42′ 33,3″

b) Por Complexo

Ex: 18 h 2 min 3 s ÷ 4 h 7min 30 s

Reduzir para a unidade maior, no caso a hora, e dividir

Redução a horas:

18 h	18	4 h	4
2 min	2/60	7 min	7/60
3 seg	3/3600	30 seg	30/3600

18 + 2/60 + 3/3600 = 64923/3600 (1)
4 + 7/60 + 30/3600 = 14850/3600 (2)

dividindo (1) por (2)
64923/3600 ÷ 14850/3600 = 4,371 horas
Ajuste:
0,371 × 60 = 22,315 min
0, 315 × 60 = 18,9 s

Resp: 4 h 22 min 18,9 s

MISTURAS

Teoria:
Seja uma solução com m gramas de soluto e v litros de solvente. A concentração é dada pela formula
C = m / v

Ao se adicionar x litros de solvente à solução, a concentração final é:

C' = $m/(v + x)$

Chamando $v + x$ de volume final temos

$v' = v + x$ então

C' = m / v'

A razão entre as concentrações é pois:

C/C' = $m / v \div m / v'$

ou

C/C' = v' / v

ou

$C\, v = C'\, v'$ (1)

Quando se misturam duas soluções, temos:

1ª solução:

$C_1 = m_1 / v_1$

2ª solução:

$C_2 = m_2 / v_2$

Após a mistura:

soluto final $m = m_1 + m_2$

volume final $v = v_1 + v_2$

A concentração final será:

$C = (m_1 + m_2)/(v_1 + v_2)$

$C = (m_1 + m_2)/ v$ (2)

Mas:

$C_1 = m_1 / v_1$ então: $m_1 = C_1 v_1$

E

$C_2 = m_2 / v_2$ então: $m_2 = C_2 v_2$

Substituindo em (2)

$C = m_1/ v + m_2/ v$

$C = (C_1 v_1)/ v + (C_2 v_2)/ v$

ou

$C\, v = C_1 v_1 + C_2 v_2$ (3)

CAPÍTULO I

Torneiras, Fontes, Reservatórios, etc.

1 - Solução

Se a primeira torneira enche o tanque em 7 horas, em 1 hora encherá 1/7 do tanque. Se a segunda enche o tanque em 8 horas, em 1 hora encherá 1/8 do tanque. Logo, as duas, abertas simultaneamente, em 1 hora, encherão 1/7 + 1/8 do tanque, isto é,
8/56 + 7/56 ou 15/56 do tanque.
Ora, para encher 15/56 do tanque é necessário que as duas torneiras fiquem abertas durante 1 hora; para encher 1/56 do tanque será necessário então que fiquem abertas durante 1/15 da hora; para encher os 56/56 do tanque, isto é, o tanque todo, será necessário que fiquem abertas durante
56 $\times$ 1/15 da hora, isto é, durante 56/15 da hora ou 3 horas e 11/15 da hora.
Mas, 11/15 da hora é o mesmo que 11/15 de 60 minutos, e
11/15 de 60 = 11/15 $\times$ 60 = 44 minutos.
Portanto, o tanque ficará cheio em 3 horas e 44 minutos.

Solução Algébrica

t_1 = 7 horas	Sejam	$\forall_1$ = volume pela torneira 1
t_2 = 8 horas	Q_1 = vazão 1ª torneira	$\forall_2$ = volume pela torneira 2
	Q_2 =vazão 2ª torneira	T = tempo para encherem juntas

$\forall = Q \times t$ então: $Q = \forall / t$

Volume total é:

$\forall = \forall_1 + \forall_2$

$\forall = Q_1 T + Q_2 T$

$\forall = (Q_1 + Q_2)T$ (1)

Mas:

$Q_1 = \forall / 7$ e $Q_2 = \forall / 8$

então, substituindo em (1):

$\forall = (\forall/7 + \forall/8)T$

$\forall = (1/7 + 1/8) \times \forall T$

Dividindo-se ambos os membros por $\forall$

$1 = (1/7 + 1/8)\ T$

$1 = 15/56\ T$

$T = 56/15$ ou 3,733 horas

Transformar em horas, minutos e segundos (ver Teoria- pág 64) :

3,733 horas

Horas → 3

3,733 - 3 = 0,733 horas

$0{,}733 \times 60 = 44$ minutos

Minutos → 44

Resposta:

3 horas 44 minutos

2 - Solução idêntica à anterior

Resp: 1 h 12 min

3 - Solução idêntica à anterior

Resp: 2 h 28 min 30 s

4 - Solução idêntica à anterior

Resp.: 1 h 30 min

5 - Solução idêntica à anterior

Resp.: 5 min

6 - *Solução Algébrica*

$t_1 = 2$ h 1/2 → 5/2 h

$t_2 = 3$ h 1/3 → 10/3 h

$t_3 = 5$h 1/4 → 21/4 h

Sejam

Q_1 = vazão 1ª torneira

Q_2 = vazão 2ª torneira

Q_3 = vazão 3ª torneira

$\forall_1$ = volume entregue pela torneira 1

$\forall_2$ = volume entregue pela torneira 2

$\forall_3$ = volume entregue pela torneira 3

T = tempo para encherem juntas

$\forall = Q \times t$ então: $Q = \forall/t$

Volume total é:

$\forall = \forall_1 + \forall_2 + \forall_3$

$\forall = Q_1T + Q_2T + Q_3T$

$\forall = (Q_1 + Q_2 + Q_3)T$ (1)

Mas:

$Q_1 = \forall \div 5/2;$

$Q_2 = \forall \div 10/3;$

$Q_3 = \forall \div 21/4$

então, substituindo em (1):

$\forall = (2\forall/5 + 3\forall/10 + 4\forall/21)T$

$\forall = (2/5 + 3/10 + 4/21)\forall T$

Dividindo-se ambos os membros por $\forall$

$1 = (2/5 + 3/10 + 4/21)T$

$1 = (84/210 + 63/210 + 40/21)T$

$1 = 187/210 \times T$

$T = 210/187$ ou 1,122 horas

Resposta:
Transformar em horas, minutos e segundos:

1,122 horas Horas → 1

1,122 - 1 = 0,122 horas
0,122 × 60 = 7,379 minutos

Minutos → 7

7,379 - 7 = 0,379
0,379 × 60 = 22,780 s

Segundos → 22,7

Resposta:
1 h 7 min 22,7 s

7 - Solução idêntica à anterior

Resp: 7 h 39 min 34,4 s

8 - *Solução Algébrica*

Sejam
∀ = 4000 l

Q_1=vazão 1ª torneira → 7 3/4 l/min

Q_2=vazão 2ª torneira → 8 2/5 l/min

Q_3=vazão 3ª torneira → 10 3/8 l/min

Em l/hora:

Q_1 = 7 3/4 × 60 → 465 l/h

Q_2 = 8 2/5 × 60 → 504 l/h

Q_3 = 10 3/8 × 60 → 622,5 l/h

Por (1) do problema 6:

$\forall = (Q_1 + Q_2 + Q_3)T$

4000 = (465 + 504 + 622,5)T

4000 = 1591,5T

T = 2,513352 horas

R. 2 h 30 min 48,06 s

9 - Solução.

Se a primeira torneira enche o tanque em 5 horas, em uma hora encherá 1/5 do tanque.

Se a segunda esvazia o tanque em 8 horas, em 1 hora esvaziará 1/8 do tanque. Logo, as duas torneiras, correndo simultaneamente, em 1 hora encherão

1/5 - 1/8 do tanque, isto é, 8/40 - 5/40 ou 3/40 do tanque.

Ora, para encher 3/40 do tanque, é necessário que as duas torneiras fiquem abertas durante 1 hora; para encher apenas 1/40 do tanque, é necessário então que fiquem abertas durante 1/3 da hora; para encher os 40/40 do tanque, ou o tanque todo, será necessário que fiquem abertas durante

$40 \times 1/3$ da hora, isto é durante 40/3 da hora ou 13 horas e 1/3 da hora.

Mas 1/3 da hora é o mesmo que 1/3 de 60 minutos, e

1/3 de 60 = $1/3 \times 60 = 20$ minutos.

Portanto, o tanque ficará cheio em 13 horas e 20 minutos.

Solução Algébrica

$t_1 = 5$ h

$t_2 = 8$ h

Sejam

Q_1 = vazão 1ª torneira

Q_2 =vazão 2ª torneira

$\forall_1$ = volume entregue pela torneira 1

$\forall_2$ = volume vazado pela torneira 2

T = tempo para encherem juntas

$\forall = Q \times t$ então: $Q = \forall / t$

Volume total é:

$\forall = \forall_1 - \forall_2$

$\forall = Q_1 T - Q_2 T$

$\forall = (Q_1 - Q_2)T$ (1)

Mas:

$Q_1 = \forall \div 5$; $Q_2 = \forall \div 8$

então, substituindo em (1):

$\forall = (\forall/5 - \forall/8)T$

$\forall = (1/5 - 1/8\forall T$

Dividindo-se ambos os membros por $\forall$

$1 = (1/5 - 1/8)T$

$1 = (8/40 - 5/40)T$

$1 = 3/40 \times T$

$T = 40/3$ ou 13,333 horas ou 13 h 20 min

10 - Solução idêntica à anterior

Resp: 2h 30 min

11 - Solução idêntica à anterior

Resp: 12 horas

12 - Solução idêntica à anterior

Resp: 5 h 8 min 34,2 s

13 - Solução idêntica à anterior

Resp: 15 min

14 - *Solução Algébrica*

$\forall = 820$ l

Q_1 = vazão 1ª torneira

$Q_1 = 2\ 2/3 \div 3/5$ l/min

$Q_1 = 8/3 \times 5/3$ l/min

$Q_1 = 40/9$ l/min ou $800/3$ l/h

Q_2 =vazão 2ª torneira

$Q_2 = 2\ 1/2 \div 3/4$ l/min

$Q_2 = 5/2 \times 4/3$ l/min

$Q_2 = 20/6$ l/min ou 200 l/h

T = tempo para encherem juntas

$\forall = Q \times t$

Volume total é:

$\forall = \forall_1 - \forall_2$

$\forall = Q_1 T - Q_2 T$

$\forall = (Q_1 - Q_2)T$

$820 = (800/3 - 200)T$ $820 = (200/3) \times T$

$T = 3 \times 4,1$ ou 12,3 horas

Resp: 12 h 18 min

15

Solução Algébrica

$t_1 = 25$ h

$t_2 = 40$ h

$t_3 = 60$ h

Sejam

Q_1 = vazão 1ª torneira

Q_2 =vazão 2ª torneira

Q_3 =vazão 3ª torneira

$\forall_1$ = volume entregue pela torneira 1

$\forall_2$ = volume entregue pela torneira 2

$\forall_3$ = volume vazado pela torneira 3

T = tempo para encherem juntas

$\forall = Q \times t$ então: $Q = \forall/t$

Volume total é:

$\forall = \forall_1 + \forall_2 - \forall_3$

$\forall = Q_1 T + Q_2 T - Q_3 T$

$\forall = (Q_1 + Q_2 - Q_3)T$ (1)

Mas:

$Q_1 = \forall/25$; $Q_2 = \forall/40$; $Q_3 = \forall/60$

então, substituindo em (1):

$\forall = (\forall/25 + \forall/40 - \forall/60)T$

$1 = (1/25 + 1/40 - 1/60)T$

$1 = (24/600 + 15/600 - 10/600)T$

$1 = 29/600 \times T$

$T = 600/29$ ou 20,689655 horas

Resposta: 20 h 41 min 22,7 s

Fonte 1

$\forall = 1200\ m^3$

$t_1 = 3$ dias

$t_2 = 5$ dias

Fonte 2

$\forall = 840\ m^3$

$t_1 = 2$ dias

$t_2 = 4$ dia

Sejam

Q_1 = vazão 1ª fonte em m^3 por dia

Q_2 =vazão 2ª fonte em m^3 por dia

$\forall_1$ = volume da fonte 1 por dia

$\forall_2$ = volume fonte 2 por dia

$\forall = Q \times t$ então:

$\forall = \forall_1 + \forall_2$

$1200 = 3Q_1 + 5Q_2$

$840 = 2Q_1 + 4Q_2$ (1)

$2Q_2 = 120$

$Q_2 = 60$

Em (1)

$840 = 2Q_1 + 4 \times 60$

$840 = 2Q_1 + 240$

$2Q_1 = 600$

$Q_1 = 300\ m^3/dia$

Resp: fonte 1 = 300 m^3/dia

fonte2 = 60 m^3/dia

17 - Em um minuto a 1ª torneira dá:

88 ÷ 4 = 22 litros.

E a 2ª,

136 ÷ 8 = 17 litros.

Juntas dão: 22 + 17 = 39 litros por minuto.

Para encher o reservatório, as 2 torneiras juntas gastarão:

1365 ÷ 39 = 35 minutos.

Solução Algébrica

Sejam Q_1 e Q_2 as vazões das duas torneiras respectivamente e t o tempo para encher o tanque. Então:

$Q_1 = 88/4 \longrightarrow 22$ l/min

$Q_2 = 136/8 \longrightarrow 17$ l/min

$\forall = Q \times t$ então:

$1365 = Q_1 t + Q_2 t$

$1365 = (Q_1 + Q_2)t$

$1365 = (22 + 17)t$

$t = 1365/39 \longrightarrow 35$ minutos

18 A 1ª fonte dá:

2,45 × 60 = 147 litros por minuto.

As duas fontes dão:

147 × 2 = 294 litros de água por minuto.

A capacidade do reservatório é de: 12137,5 litros.

Para enchê-lo, as duas fontes gastarão:

12137,5 ÷ 294 = 41 minutos 17 segundos.

Solução Algébrica

Sejam Q_1 e Q_2 as vazões das duas torneiras respectivamente e t o tempo para encher o tanque. Então:

Q_1 = 2,45 l/s e Q_2 = 147/60 → 2,45 l/s

$\forall = q \times t$ então:

$12137,5 = Q_1 t + Q_2 t$

$12137,5 = (Q_1 + Q_2)\ t$

12137,5 =(2,45 +,245)t

t = 12137,5/4,9 → 2477 s → 41 min 17 s

19 - O reservatório contém:

$4,5 \times 1,8 \times 1,75 = 14,175\ m^3$ ou 14.175 litros de água.

Em 1 h a fonte fornece:

$82 \times 60 = 4920$ litros de água.

Para encher o reservatório gastará:

14175 ÷ 4920 = 2 h 52 min 52 s

Solução Algébrica

Q = 82 l/min ou $82 \times 60 = 4920$ l/h

$\forall = 4,5 \times 1,8 \times 1,75 = 14,175\ m^3$ mas $\forall = Q \times t$, então:

$14175 = 4920 \times t$

t = 14175 ÷ 4920 = 2 h 52 min 52 s

20 - A fonte dá

$45 \times 60 = 2.700$ litros de água em 1 hora.

A torneira, durante o mesmo tempo, vaza: $15800 \div 4 = 3950$ litros.

Estando cheio o reservatório e abertas a fonte e a torneira, em 1 hora, o reservatório diminui de:

3950 — 2700 = 1250 litros.

Para vazá-lo, serão precisas:

$15800 \div 1250 =$ 12 h 38 min 24 s.

Solução Algébrica

t = tempo

$\forall = 158$ hl $\rightarrow$ 15800 l

$Q_1 = 45$ l/min $\rightarrow 45 \times 60 = 2700$ l/h

$Q_2 = \forall/4$ l/h $\rightarrow 15800 \div 4 = 3950$ l/h

$\forall = Q_1 t - Q_2 t$

$15800 = (3950 - 2700)t \rightarrow t = 15800 : 1250 \rightarrow 12{,}64$ h

12 h 38 min 24 s

21 - A capacidade do reservatório é de:

$1{,}85 \times 0{,}75 \times 0{,}58 = 0{,}80475$ m^3 $\rightarrow$ 804,75 litros.

Em um minuto armazena: 2 — 1,4 =0,6 litro.

O reservatório para se encher, gasta:

$804{,}75 \div 0{,}6 = 1341$ minutos, 25 centésimos, ou

$1341{,}25 \div 60 =$ 22 h 21 min 15 s.

Solução Algébrica

t = tempo

$\forall = 1{,}85 \times 0{,}75 \times 0{,}58 = 0{,}80475\ m^3$

$\forall = 804{,}75\ l$

$Q_1 = 2\ l/min$

$Q_2 = 1{,}4\ l/min$

$\forall = Q_1 t - Q_2 t$

$804{,}75 = (2 - 1{,}4)t$

$t = 804{,}75 \div 0{,}6 \rightarrow 1341{,}25\ min$

22 h 21 min 15 s

22 - Para vazar o reservatório, a torneira gastaria:

$3/4 \div 6/7 = 7/8$ de hora.

Para vazar os 2/5 gastaria:

$7/8 \times 2/5 = 7/20$ de hora ou 21 min

Solução Algébrica

t = tempo em hora

$\forall$ = volume

Q = vazão

$6/7\forall = 3/4Q \rightarrow Q = 8/7\ \forall$

$2/5\ \forall = Qt$

$2/5\ \forall = 8/7\ \forall \times t$

$t = 7/20\ h \rightarrow 7 \times 60/20 \rightarrow 21\ min$

23 - Representando por x horas o tempo pedido, vê-se que a 1ª torneira despeja no tanque os 1/10 de x ou $x/10$ de seu conteúdo, enquanto a 2ª vaza os 1/15 de x ou $x/15$ do mesmo. Após este tempo há, pois, no tanque $x/10 - x/15$

No fim de x horas o trabalho das 2 torneiras juntas o tanque se encheu, ou seja temos 1 tanque cheio, então: $x/10 - x/15 = 1$ ou $x=30$ horas

Solução Algébrica

t = tempo em hora - $\forall$ = volume - Q = vazão

Torneira 1	Torneira 2
$t_1 = 10$ horas	$t_2 = 15$ horas
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$
$Q_1 = \forall/10$	$Q_2 = \forall/15$

$\forall = Q_1 t - Q_2 t$

$\forall = (\forall/10 - \forall/15)t$ $\forall = (1/10 - 1/15)\ \forall t$

Dividindo ambos os membros por $\forall$

$1 = (1/10 - 1/15)\ t \quad \rightarrow \quad 30 = (3-2)t$ ou t = 30 horas

24 - Seja x o número de horas pedido. A 1ª torneira enche por hora 1/a do tanque, ou em x/a horas; a 2ª torneira enche 1/b por hora e x/b em x horas; a 3ª torneira vaza 1/(a+b) por hora e x/(a+b) em x horas. Após x horas o tanque estando cheio, temos:

$x/a + x/b - x/(a+b) = 1$

Resp: Em $[ab(a+b)]/[(a+b)^2 - ab]$ horas.

Solução Algébrica

t = tempo em hora - $\forall$ = volume - Q = vazão

Torneira 1	Torneira 2
$t_1 = a$ horas	$t_2 = b$ horas
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$
$Q_1 = \forall/a$	$Q_2 = \forall/b$

t_3 = (a+b) horas
Q_3 = ∀/t_3
Q_3 = ∀/(aTb)
∀ =Q_1t + Q_2t - Q_3t
∀ = [∀/a + ∀/b - ∀/(a+b)]t (÷∀)
1 = [1/a + 1/b - 1/(a+b)]t

$$1 = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a+b}\right)t$$

$$1 = \left(\frac{b(a+b) + a(a+b) - ab)}{ab(a+b)}\right)t$$

$$1 = \left(\frac{ab + b^2 + a^2 + ab - ab}{ab(a+b)}\right)t$$

$$1 = \left(\frac{a^2 + b^2 + ab}{ab(a+b)}\right)t$$

$$t = \frac{ab(a+b)}{a^2 + ab + b^2}$$

juntando +ab e -ab ao denominador não altera a fração:

$$t = \frac{ab(a+b)}{a^2 + ab + b^2 + ab - ab}$$

$$t = \frac{ab(a+b)}{a^2 + 2ab + b^2 - ab}$$

$$t = \frac{ab(a+b)}{(a+b)^2 - ab}$$

25 - Representemos por x o tempo que gasta a 1ª fonte para encher o tanque; o tempo que gasta a 2ª será x+5. Em uma hora, a 1ª fonte enche a fração 1/x do tanque e em 6 horas enche os 6/x e a 2ª 6/(x+5); temos pois, a equação:

6/x + 6/(x+5) = 1
ou x^2 -7x -30 = 0
Resp. A 1ª fonte gasta 10 h e a 2ª 15 h.

Solução Algébrica

t = tempo em hora - $\forall$ = volume - Q = vazão

$\forall = 6Q_1 + 6Q_2$ então: $\forall = 6(Q_1 + Q_2)$ (1)

Fonte 1

$\forall = Q_1 t_1$

$t_1 = t_2 + 5$

$\forall = Q_1 (t_2 + 5)$

$Q_1 = \forall / (t_2 + 5)$

Fonte 2

$\forall = Q_2 t_2$

t_2

$Q_2 = \forall / t_2$

Substituindo em (1)

$\forall = 6(\forall / (t_2 + 5) + \forall / t_2)$

$1 = 6(1/(t_2 + 5) + 1/t_2)$

$(t_2 + 5)\, t_2 = 6t_2 + 6t_2 + 30$

$t^2_2 + 5t_2 = 12t_2 + 30$

$t^2_2 - 7t_2 - 30 = 0$

$t_2 = 10$ horas e $t_1 = t_2 + 5$

$t_1 = 15$ horas

26 - Em um minuto, o reservatório conserva:

8 3/4 — 3 5/6 = 4 litros 11/12.

Em 4 horas 1/2 ou 270 minutos, ele conservará:

4 11/12 × 270 = 1327,5 litros

Solução Algébrica

t = tempo em minutos - $\forall$ = volume - Q = vazão

$Q_1 = 8\ 3/4 \rightarrow 35/4$ l/min

$Q_2 = 3\ 5/6 \rightarrow 23/6$ l/min

$t = 4\ 1/2$ horas → $9/2$ horas → 270 min

Torneira 1	Torneira 2
$\forall = Q_1 t_1$	$\forall = Q_2 t_2$
1 minuto	1 minuto
$\forall_1 = 35/4$ l	$\forall_2 = 23/6$ l

$\forall = (\forall_1 - \forall_2)\ t \rightarrow \forall = (35/4 - 23/6) \times 270 \rightarrow \forall = 270 \times 59/12$

$\forall = 1327{,}5$ litros

27 - Em uma hora, a 1ª fonte encheria: 1 ÷ 1 2/5 = 5/7 do reservatório.

A 2ª fonte encheria: 1÷2 3/4 = 4/11 do reservatório em 1 hora.

A 3ª encheria: 1÷4 5/8 = os 8/37 do reservatório.

A 1ª torneira, no mesmo tempo, vasaria:

1 ÷1 2/3 = 3/5 do reservatório.

As fontes e a torneira estando abertas, depois de 1 hora, fica no reservatório:

(5/7 + 4/11 + 8/37)—3/5 → 3687/2489 - 3/5 = os 9888/14245 do reservatório.

O reservatório estará cheio em: 1 ÷ 9888/14245 = 14245/9888 =

1 h 26 min 26 s.

Solução Algébrica

t = tempo minutos - $\forall$ = volume - Q = vazão

$t_1 = 1\ 2/5$	$t_2 = 2\ 3/4$	$t_3 = 4\ 5/8$	$t_4 = 1\ 2/3$
84 min	165 min	277,5 min	100 min
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$	$Q_3 = \forall/t_3$	$Q_4 = \forall/t_4$
$Q_1 = \forall/84$	$Q_2 = \forall/165$	$Q_3 = \forall/277{,}5$	$Q_4 = \forall/100$

em t minutos :

$\forall = Q_1t + Q_2t + Q_3t - Q_4t$

$\forall = t(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_4)$

$\forall = t(\forall/84 + \forall/165 + \forall/277{,}5 - \forall/100)$

$\forall = \forall t(1/84 + 1/165 + 2/555 - 1/100)$

$\forall = \forall t(1/84 + 1/165 + 1/277{,}5 - 1/100)$

$1 = t(1/84 + 1/165 + 2/555 - 1/100)$

$t = 1 / (1/84 + 1/165 + 2/555 - 1/100)$

$t = 1 / (9888/854700)$

$t = 854700/9888$

$t = 86{,}438106$

t = 86 min 26,28 seg

t = 1 h 26 min 26,28 s

28 A 1ª fonte gasta:

134250 ÷ 16 2/3 = 8055 minutos ou 5 dias 14 horas 15 min.

A 2ª gasta:

134250 ÷ 17 6/7 = 7518 minutos, ou 5 dias 5 horas, 18 min.

A 3ª gasta:

134250 ÷ 183/4 = 7160 minutos, ou 4 dias 23 horas, 20 minutos.

Em 1 minuto as 3 fontes dão:

16 2/3+17 6/7+18 3/4 = 53 litros 23/84.

Para encher o reservatório juntas gastarão:

134250 ÷ 53 23/84 = 2520 minutos ou 1 dia e 18 horas.

Solução Algébrica

t = tempo minutos

$\forall$ = volume → 134250 litros

Q = vazão em litros/min

$Q_1 = 16\ 2/3 \rightarrow 50/3$

$t_1 = \forall/Q_1 \rightarrow$

$134250 \div 50/3 \rightarrow$

$134250 \times 3/50 =$

8055 min → 134,25 h

→ 5 dias 14 horas 15 min

$Q_2 = 17\ 6/7 \rightarrow 125/7$

$t_2 = \forall/Q_2 \rightarrow$

$134250 \div 125/7 \rightarrow$

$134250 \times 7/125 =$

7518 min → 125,3 h

→ 5 dias 5 horas 18 min

$Q_3 = 18\ 3/4 \rightarrow 75/4$

$t_3 = \forall/Q_3 \rightarrow$

$134250 \div 75/4 \rightarrow$

$134250 \times 4/75 =$

7160 min → 119,33 h

→ 4 dias 23 horas 20 min

As três juntas:

$\forall = Q_1 t + Q_2 t + Q_3 t$ ou $\forall = t\,(Q_1 + Q_2 + Q_3)$

$134250 = t(50/3 + 75/4 + 125/7)$ ou $134250 = t(4475/84)$

$t = 134250 \times 84 \div 4475 \rightarrow$ 2520 minutos ou 1 dia e 18 horas.

29 - O vaso cheio contém:

27360 — 2816 = 24544 g de água ou 24,544 litros.

A torneira deu, pois, 24,544 l em 3h 24 min 32 s ou:

$3 \times 60 \times 60 + 24 \times 60 + 32 = 12272$ seg.

Para dar um litro gasta:

12272 seg ÷ 24,544 = 500 seg.

Para dar 1 hl gasta: 500 seg. × 100 = 50000 segundos ou

50000 ÷ 60 seg. × 60 = 13 horas 53 minutos 20 segundos.

Solução Algébrica

t = tempo segundos - $\forall$ = volume - Q = vazão em litros/seg

Água pura → 0,001 l = 1 g então: 2736 dag = 27360 g

Peso = 27360 - 2816 → 24544 g

∀ = 24544 × 0,001 → 24,544 litros

3h 24 min 32 s → 12272 s

Q = ∀ / t ou Q=24,544/12272

Q = 0,002 l/s

Para:

∀ = 1 hl → 100 l

t = ∀ / Q

t = 100/0,002 → 50000 s ou

13 horas 53 min 20 s

30- *Solução Algébrica*

t = tempo em horas - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

t = 9 horas

Q = ∀/t → Q = ∀/9

2/3 × ∀ = ∀/9 × T ou seja T = 6 horas

31 - Em uma hora, a 1ª torneira enche os 2/5 do tanque e a 2ª torneira vaza os: 8/(9 × 3) = 8/27

As duas torneiras abertas, ao mesmo tempo, durante 1 hora, enchem os:

2/5—8/27 = 14/135 do tanque.

Para encher 3/4 do tanque, gastarão:

3/4 × 135 ÷ 14 = 7 horas 13/56, ou 7 h 13 min 55 s

Solução Algébrica

t = tempo em horas - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

Q_1=2/5 ∀ l/h

Q_2=(8/9 ∀)/3 ou Q_2=8/27 ∀ l/h

$\forall = Q_1 - Q_2$

Para $\forall = 3\forall/4$

$3\forall/4 = 2/5\ \forall t - 8/27\ \forall t$

$3\forall/4 = \forall t\ (2/5 - 8/27)$

$3/4 = t\ (14/135)$

$t = 3 \times 135 / 4 \times 14$

$t = 405/56 \longrightarrow 7{,}23214$ horas ou

7 h 13 min 55,7 s

32- *Solução Algébrica*

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 1/14$ h

$Q_1 = 14\ \forall$ l/h

$t_2 = 1/9$ h

$Q_2 = 9\forall$ l/h

$\forall = (Q_1 - Q_2)T$

Para $\forall = 5\forall/6$

$5\forall/6 = (14\forall - 9\forall)T$

$5\forall/6 = 5\forall T$

$T = 1/6$ de hora ou 10 min

33- *Solução Algébrica*

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 15$ h

$Q_1 = \forall/15$ l/h

$t_2 = 12$ h

$Q_2 = \forall/12$ l/h

Seja x a fração do Volume do tanque

$\forall = (Q_1 + Q_2)T$

Para $\forall = \forall\, x$ e T = 1 hora

$\forall\, x = (\forall/15 + \forall/12) \times 1$

$\forall\, x = 9/60 \times \forall \times 1$

$x = 9/60$ ou 3/20 do reservatório

34 *Solução Algébrica*

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 15$ h

$Q_1 = \forall/15$ l/h

$t_2 = 10$ h

$Q_2 = \forall/10$ l/h

Seja x a fração do Volume do tanque

$\forall = (Q_1 + Q_2)T$

Tempo de abertura:

$t_A = 2/3$ hora

$t_B = 1/2$ hora

Para $\forall = \forall\, x$

$\forall\, x = Q_1\, t_A + Q_2\, t_B$

$\forall\, x = \forall/15 \times 2/3 + \forall/10 \times 1/2$

$x = 2/45 + 1/20$

$x = 17/180$ do reservatório

35 Seja x o tempo necessário para encher o tanque.

Representando a capacidade do tanque por 1, vê-se que numa hora ele se enche de uma fração igual a: 1/4+1/5+1/8-1/6

Em x horas encher-se-á de uma fração x vezes maior; como é o tanque inteiro, ou 1, podemos escrever a equação:

$(1/4+1/5+1/8-1/6)\, x = 1$

logo: $x = 120/49$ ou 2 h 26 min 56s

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 4$ h	$t_2 = 5$ h	$t_3 = 8$ h	$t_4 = 6$ h
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$	$Q_3 = \forall/t_3$	$Q_4 = \forall/t_4$
$Q_1 = \forall/4$ l/h	$Q_2 = \forall/5$ l/h	$Q_3 = \forall/8$ l/h	$Q_4 = \forall/6$ l/h

$\forall = Q_1 t + Q_2 t + Q_3 t - Q_4 t$

$\forall = t\,(Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_4)$

$\forall = t(\forall/4 + \forall/5 + \forall/8 - \forall/6)$

$\forall = \forall t(30+24+15-20)/120$

$1 = t \times 49/120$

$t = 120/49 \rightarrow 2{,}4489795$ horas ou

2 h 26 min 56,3 s

36 Como no exercício precedente, temos

$(1/a+1/b+1/c-1/d)x = 1$ logo: $x = (abcd)/(bcd+acd+abd-abc)$

Discussão. Para que o valor de x seja positivo, isto é, para que o problema possa ser resolvido ao sentido do enunciado, devemos ter:

$bcd+acd+abd>abc$

37 Seja x o tempo que gastaria a 2ª torneira. Numa hora, as duas torneiras enchem a fração $(1/3 + 1/x)$ do tanque; mas como em 1 h 1/5 as duas torneiras o enchem completamente, podemos escrever:
$(1/3 + 1/x) \times 1\ 1/5 = 1$ logo: $x=2$.
Resp: 2 horas.

Solução Algébrica
t = tempo em minutos - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/minuto

$t_1 = 3$ h → 180 min $Q_1 = \forall/t_1$ $Q_1 = \forall/180$ l/min	$t_2 = ?$ $Q_2 = \forall/t_2$	$t_j = 1$ h 1/5 → 72min $Q_j = Q_1 + Q_2$ $\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$
$\forall = (\forall/180 + Q_2) \times 72$
$72Q_2 = (180\forall - 72\forall)/180$
$Q_2 = (108\forall)/180 \times 72$

mas $Q_2 = \forall/t_2$
$\forall/t_2 = (108\forall)/180 \times 72$
$t_2 = 180 \times 72 / 108$
$t_2 = 120$ min → 2 horas

38 Seja x horas o tempo da que precisaria a 1ª torneira sozinha. A 2ª precisaria de x+2 horas. Sendo 1 a capacidade do tanque, a 1ª torneira encheria por hora $1/x$, e a 2ª, $1/(x+2)$
Em 2h 24 min ou 2,4 h, a 1ª torneira encheria $2{,}4/x$ e a 2ª $2{,}4/(x+2)$
Mas, as 2 juntas neste caso, encheriam o tanque. Temos, pois, a equação: .
$2{,}4/x + 2{,}4/(x+2) = 1$
$x' = 4$ e $x'' = -1{,}2$

R. 4 horas e 6 horas.
Pode-se interpretar a solução negativa.

Solução Algébrica

t = tempo em minutos - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/minuto

$t_1 = t_2 - 2 \rightarrow t_2 - 120$ $Q_1 = \forall / t_1$ $Q_1 = \forall / (t_2 - 120)$ l/min	$t_2 = ?$ $Q_2 = \forall / t_2$	$t_j = t_1 + t_2 \rightarrow 144$ min $Q_j = Q_1 + Q_2$ $\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$
$\forall = (\forall/(t_2 - 120) + \forall/t_2) \times 144$
$144t_2 + 144t_2 - 17280 = t^2_2 - 120t_2$
$t^2_2 - 408t_2 + 17280 = 0$

$t_2 = 360$ min $\rightarrow$ 6 horas
$t_1 = t_2 - 2$
$t_1 = 6 - 2 \rightarrow$ 4 horas

Outra raiz: $t_2 = 48$ min
Não serve, pois o problema informa que o tempo da primeira é 2 horas menor que o tempo da segunda. Se esta gastar menos de duas horas o problema não terá sentido.

39 A primeira torneira fornecerá em 7 horas $480 \times 7 = 3360$ l.
Temos então um excesso de 3360—3000= 360 l.
Abrindo a 2ª torneira durante 1 hora em lugar da 1ª, há uma diminuição de 480—(6 × 60)=120 l.
A segunda deve ficar aberta durante
360 ÷ 120=3 horas.
A primeira deve ficar aberta durante
7—3=4 horas.

EQUAÇÄ0: $480x + 6 \times 60 \times (7 - x) = 3000$.

Solução Algébrica

T = tempo minutos - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/minuto

∀ = 3 m^3 → 3000 l	Q_2 = 6 l/min	Q_1 = 480 l/h Q_1 = 8 l/min	T = 7 h T = 420 min

$t_1 + t_2 = 420 \rightarrow t_2 = 420 - t_1$

$\forall = Q_1\ t_1 + Q_2\ t_2$

$3000 = 8t_1 + 6t_2$

$3000 = 8t_1 + 6\,(420 - t_1)$

$3000 = 8t_1 + 2520 - 6t_1$

$2t_1 = 480$

$t_1 = 240$ min → 4 h

$t_2 = 420 - t_1$

$t_2 = 420 - 240$

$t_2 = 180$ min → 3 h

40 Em cada hora o conteúdo do tanque cresce de

3/7 - 2/5 = 1/35 de hl.

Para encher o tanque serão precisas 9 ÷ 1/35 = 315 horas.

Equação: $(3/7 - 2/5)\ x = 9$

Solução Algébrica

t = tempo em horas - ∀ = volume tanque em hl - Q = vazão em hl/h

∀ = 9 hl $\quad Q_1$ = 3/7 hl/h $\quad Q_2$ = 2/5 hl/h

$\forall = Q_1 t - Q_2 t$
$9 = 3/7t - 2/5t$
$9 \times 35 = 15t - 14t$
$t = 315$ horas

41 Por hora, as 2 torneiras juntas esvaziam os
1/4 + 1/7 = 11/28 da cuba.
Para esvaziar a cuba serão precisas 1 ÷11/28= 2 h 6/11.

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão

$\forall = Q_1 \times 4$	$\forall = Q_2 \times 7$
$Q_1 = \forall/4$	$Q_2 = \forall/7$

$\forall = Q_1 t - Q_2 t$	$28 = 11t$
$\forall = (\forall/4 + \forall/7)t$	$t = 28/11 \rightarrow$ 2 h 32 min 43,6 s
$28 = (7 + 4)t$	

Generalização do problema 41

Sejam t e t' os tempos precisos para as torneiras esvaziarem a cuba. Por hora, as torneiras esvaziam :
$1/t + 1/t' = (t' + t)/tt'$
Portanto, o tempo preciso para as 2 torneiras esvaziarem a cuba é:
$tt'/(t' + t)$
Este valor é essencialmente real e positivo.

Observação

Se uma torneira encher enquanto a outra esvaziar a cuba, ao cabo de uma hora teremos o seguinte resultado:

$1/t - 1/t' = (t' - t)/tt'$

Podemos aqui formular 3 hipóteses :

1ª. **$t' > t$** : a expressão $(t' - t)/tt'$ é positiva. A cuba vai se enchendo: para enchê-la completamente será preciso o tempo que resultar da expressão: $tt'/(t' - t)$

2ª. **$t' = t$** : a expressão $(t' - t)/tt'$ é nula. A cuba ficará, por conseguinte, sempre no mesmo ponto.

3ª. **$t' < t$** : a expressão $(t' - t)/tt'$ é negativa. A cuba está se esvaziando; para esvaziá-la completamente, caso estiver cheia, o tempo necessário obter-se-á pela expressão

$tt'/(t' - t) = tt'/(t-t')$

42 - Solução:

9 1/2 = 19/2 h e 15 2/3 = 47/3 h

Por hora a 2ª torneira enche os

2/19 - 3/47 = 37/893 do tanque

Para enchê-lo todo, a 2ª torneira gastará

1 ÷ 37/893 = 24 h 5/37

EQUAÇÃO:

$1/x + 1/(15\ \ 2/3) = 1/(9\ \ 1/2)$

Solução Algébrica

t = tempo em minutos - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/minuto

t_1= 15 2/3 h → 940 min $Q_1 = \forall/t_1$ $Q_1 = \forall/940$ l/min	t_2= ? $Q_2 = \forall/t_2$	t_j = 9 h 1/2 → 570 min $Q_j = Q_1 + Q_2$ $\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ t_j$

$\forall = (\forall/940 + Q_2) \times 570$

$940\forall = 570\forall + 940 \times 570\ Q_2$

$370\forall = 940 \times 570\ Q_2$

mas $Q_2 = \forall/t_2$

$370\forall = 940 \times 570\forall/\ t_2$

$t_2 = 940 \times 570\ /370$

t_2 = 1448,108 min → 24 h 8 min 6,48 s

43 - *Solução Algébrica*

t = tempo em minutos - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/min

t_1= 15 h $Q_1 = \forall/15$	t_2= 18 h $Q_2 = \forall/18$

Seja x a fração do Volume do tanque ficando as duas torneiras abertas por 5 horas. Então:

$\forall = (Q_1 + Q_2)T$ - Para $\forall = \forall\ x$

$\forall\ x = (Q_1 + Q_2)5$

$\forall\ x = (\forall/15 + \forall/18) \times 5$

$x = (11/90) \times 5$

x = 11/18 do reserv.

Para encher todo é preciso colocar o volume:

$\forall\ y = \forall - 11\forall/18$

$\forall\ y = 7\forall/18$

Esse volume será despejado somente pela torneira 1. Então:

$7\forall/18 = \forall/15 \times t$

t = (7/18) × 15
t = 35/6   5,83 horas
Resp: 5 horas 50 min

44 - Por hora esvaziam-se os 10/9 + 1/8 = 89/72 do tanque.
Mas por hora, enchem-se os 3/5 + 4/13 = 59/65 do mesmo.
O conteúdo, pois, diminui dos 89/72 - 59/65 = 1537/4680 do tanque.
O tanque estará vazio no fim de 4680/1537 × 3/4 = 2 h 436/1537
EQUAÇÃO: [10/9 +1/8 -(1/ (1 2/3) +1/(3 1/4))]x = 3/4

Solução Algébrica

t = tempo em horas - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

t_1=1h2/3 → 5/3h	t_2=3h1/4 → 13/4h	t_3= 9/10 h	t_4= 8 h
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$	$Q_3 = \forall/t_3$	$Q_4 = \forall/t_4$
$Q_1 = 3\forall/5$ l/h	$Q_2 = 4\forall/13$ l/h	$Q_3 = 10\forall/9$ l/h	$Q_4 = \forall/8$ l/h

$\forall = Q_1t + Q_2t - Q_3t - Q_4t$
mas o volume existente é 3/4 do tanque. Então:
$3\forall/4 = t(Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4)$
$3\forall/4 = t(3\forall/5 + 4\forall/13 - 10\forall/9 - \forall/8)$
$3\forall/4 = \forall t(2808+1440-5200-585)/4680$
$3/4 = t(-1537/4680)$
$t = -(3 \times 4680 \div 4 \div 1537)$

O sinal negativo aqui indica que o tanque será esvaziado, ou seja, sai mais água do que entra. Abandonando o sinal:
t = 3 × 1170/1537
t = 2,2836694 ou o tanque se esvaziará em
2 horas 17 min 1,21 seg

45 - Por hora, a 1ª torneira enche os $1 \div 7\,1/2 = 2/15$ do tanque.

Em 2 h 1/2 ela enche os $2/15 \times 2\ 1/2 = 1/3$ do tanque.

Para que o tanque esteja cheio faltam os $3/3 - 1/3 = 2/3$ do tanque

Por hora, estando abertas as 3 torneiras, o conteúdo do tanque cresce de

$1/\ 7\,1/2 + 1/5\ 5/8 - 1/14\ \ 1/16$ ou $2/15 + 8/45 - 16/225 = 6/25$

Para encher todo o tanque seriam precisos $1 \div 6/25 = 25/6$ de hora

Para encher somente os 2/3, serão precisas

$25/6 \times 2/3 = 2$ h 7/9

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$\forall_S \rightarrow$ volume da torneira 1 sozinha

$t_S \rightarrow$ tempo da torneira 1 sozinha

$t_J \rightarrow$ tempo das 3 torneiras juntas

t_1=7h1/2 15/2h $Q_1 = \forall/t_1$ $Q_1 = 2\forall/15$ (1)	t_2=5h5/8 45/8h $Q_2 = \forall/t_2$ $Q_2 = 8\forall/45$ l/h	t_3= 14h 1/16 225/16h $Q_3 = \forall/t_3$ $Q_3 = 16\forall/225$ l/h	t_S= 2h 1/2 5/2h $Q_1 = \forall_S/t_S$ $Q_1 = 2\forall_S/5$ (2)

Comparando (1) e (2)

$2\forall/15 = 2\forall_S/5$

$\forall_S = \forall/3$

Ou seja: a torneira 1 sozinha encheu 1/3 do tanque. Assim:

$\forall - \forall_S = Q_1\, t_J + Q_2\, t_J - Q_3\, t_J$

$\forall - \forall/3 = (Q_1 + Q_2 - Q_3)\, t_J$

$2\forall/3 = (2\forall/15 + 8\forall/45 - 16\forall/225)\, t_J$

$2/3 = (70 - 16)/225 \times t_J$

$2/3 = 54/225\, t_J$

$t_J = 25/9$ ou $2{,}7777777$ h

2 horas 46 min 40 seg

46 Somando-se todas as fontes, temos que cada fonte fornece por hora o dobro de sua vazão. Então, por hora, 2 vezes, as 3 fontes enchem os 5/28 + 3/2 + 9/50 = 89/175 do reservatório.

Para enchê-lo, as fontes gastarão $1 \div 89/175 \times 2 = 3$ h 83/89

EQUAÇÃO: $1/2\,(5/28 + 3/2 + 9/50)x = 1$

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

t = 1 hora

O volume despejado é:

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ t$

$\forall = (Q_2 + Q_3)\ t$

$\forall = (Q_1 + Q_3)\ t$

Então:

$5\forall/28 = (Q_1 + Q_2) \times 1$

$Q_1 = 5\forall/28 - Q_2$ **(1)**

e

$3\forall/20 = (Q_2 + Q_3) \times 1$ **(2)**

e

$9\forall/50 = (Q_1 + Q_3) \times 1$

$Q_3 = 9\forall/50 - Q_1$ **(3)**

Substituindo Q_1 por (1)

$Q_3 = 9\forall/50 - 5\forall/28 + Q_2$ **(4)**

Substituindo (4) em (2)

$3\forall/20 = Q_2 + 9\forall/50 - 5\forall/28 + Q_2$

$3\forall/20 = 2Q_2 + 9\forall/50 - 5\forall/28$

$105\forall = 1400Q_2 + 126\forall - 125\forall$

$Q_2 = 104\forall/1400$ ou

$Q_2 = 52\forall/700$ **(5)**

Substituindo (5) em (1)

$Q_1 = 5\forall/28 - 52\forall/700$

$Q_1 = 73\forall/700$ **(6)**

Substituindo (6) em (3)

$Q_3 = 9\forall/50 - 73\forall/700$

$Q_3 = 53\forall/700$ **(7)**

O volume total do tanque $\forall$ é dado pela fórmula:

$\forall = Q_1 t_j + Q_2 t_j + Q_3 t_j$

sendo t_j o tempo das torneiras abertas juntas. Então, substituindo por (5) (6) (7):

$\forall = (Q_1 + Q_2 + Q_3)t_j$

$\forall = (73\forall/700 + 52\forall/700 + 53\forall/700)t_j$

$t_j = 700/178 \rightarrow 3{,}932584$ horas

ou 3 horas 55 min 57,3 seg

47 Em uma hora, 2 vezes, as 3 torneiras esvaziam os
16/55 + 12/35 + 18/77 = 334/385 da cuba,

1º - Para esvaziá-la completamente as 3 torneiras gastarão:
1 ÷ 334/385 × 2 = 2 h 51/167

2º - A 1ª torneira, por hora, esvazia
167/385 - 18/77 = 1/5 da cuba.
A 2ª torneira, por hora, esvazia:
167/385 - 16/55 = 1/7 da cuba.
A 3ª torneira, por hora, esvazia:
167/385 - 12/35 = 1/11 da cuba.
A 1ª torneira, para esvaziar a cuba, gastará 1 ÷ 1/5 = 5 horas
A 2ª. torneira, para esvaziar a cuba, gastará 1 ÷ 1/7 = 7 horas
A 3ª. torneira, para esvaziar a cuba, gastará 1 ÷ 1/11 = 11 horas

3º - Quando as 3 torneiras abertas esvaziam a cuba,
A 1ª esvazia os 1/5 × 2 51/167 = 77/167 da cuba.
A 2ª esvazia os 1/7 × 2 51/167 = 55/167 da cuba.
A 3ª esvazia os 1/11 × 2 51/167 = 35/167 da cuba

Solução Algébrica
t = tempo em horas - ∀ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

O tanque é esvaziado:

$\forall = (Q_1 + Q_3)\ t$

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ t$

$\forall = (Q_2 + Q_3)\ t$

Então:

$\forall = (Q_1 + Q_3)\ 55/16$ **(1)**

$\forall = (Q_1 + Q_2)\ 35/12$ **(2)**

$\forall = (Q_2 + Q_3)\ 77/18$ **(3)**

Extraindo o valor de Q_1 em (1):

$55Q_1 + 55Q_3 = 16\forall$

$Q_1 = (16\forall - 55Q_3)/55$ **(4)**

Extraindo o valor de Q_2 em (3):

$77Q_2 + 77Q_3 = 18\forall$

$Q_2 = (18\forall - 77Q_3)/77$ **(5)**

Substituindo (4) e (5) em (2):

$\forall = [(16\forall - 55Q_3)/55 + (18\forall - 77Q_3)/77)]\ 35/12$

$132\forall = 7(16\forall - 55Q_3) + 5(18\forall - 77Q_3)$

$132\forall = 202\forall - 770Q_3$

$Q_3 = \forall/11$ **(6)**

Substituindo (6) em (4):

$Q_1 = (16\forall - 55\forall/11)/55$

$Q_1 = (176\forall - 55\forall)/605$

$Q_1 = 121\forall/605$

$Q_1 = \forall/5$ **(7)**

Substituindo (6) em (5):

$Q_2 = (18\forall - 77\forall/11)/77$

$Q_2 = (198\forall - 77\forall)/847$

$Q_2 = 121\forall/847$

$Q_2 = \forall/7$ **(8)**

O volume total do tanque $\forall$ é dado pela fórmula:

$\forall = Q_1 t_j + Q_2 t_j + Q_3 t_j$

sendo t_j o tempo das torneiras abertas juntas.

Então, substituindo por (6) (7) e (8)

$\forall = (\forall/5 + \forall/7 + \forall/11)\ t_j$

$1 = (77 + 55 + 35)\ t_j/385$

$t_j = 385/167 \rightarrow$ 2,305 horas

2 horas 18 min 19,41 seg

Em (7) vemos que, por hora, a torneira 1 esvazia 1/5 da cuba. Logo gastará 5 horas para esvaziar a cuba.

Da mesma forma por (8) a torneira 2 gastará 7 horas e por (6) a torneira 3 gastará 11 horas para esvaziar a cuba.

Para encontrar quanto cada torneira esvazia quando estão todas abertas, verificamos que:

Torneira 1:

Em (7) a vazão por hora é :

$Q_1 = \forall/5$

Mas em 385/167 horas o volume $\forall_1$ vazado é:

$Q_1 = 167\forall_1/385$

$\forall/5 = 167\forall_1/385$

$\forall_1 = (385\forall)/(5 \times 167)$

$\forall_1 = 77\forall/167$ ou seja 77/167 do volume da cuba.

Torneira 2:

Em (8) a vazão por hora é :

$Q_2 = \forall/7$

Mas em 385/167 horas o volume $\forall_2$ vazado é:

$Q_2 = 167\forall_2/385$

$\forall/7 = 167\forall_2/385$

$\forall_2 = (385\forall)/(7 \times 167)$

$\forall_2 = 55\forall/167$ ou seja 55/167 do volume da cuba.

Torneira 3:

Em (6) a vazão por hora é :

$Q_3 = \forall/11$

Mas em 385/167 horas o volume $\forall_3$ vazado é:

$Q_3 = 167\forall_3/385$

$\forall/7 = 167\forall_3/385$

$\forall_3 = (385\forall)/(11 \times 167)$

$\forall_3 = 35\forall/167$ ou seja 35/167 do volume da cuba.

48 -Em uma hora, a parte que se enche do tanque é:

$2/5 - 8/(9 \times 3) = 14/135$ do mesmo.

Tempo pedido $135 \div 14 = 9$ h $9/14$

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 1$ h

$\forall_1 = 2\forall/5$

$Q_1 = 2\forall/5 \times 1$ l/h

$t_2 = 3$ h

$\forall_2 = 8\forall/9$

$Q_2 = 8\forall/9 \times 1/3$

$Q_2 = 8\forall/27$ l/h

$\forall = Q_1 t \ - \ Q_2 t$

$\forall = (2\forall/5 \ - \ 8\forall/27)t$

$1 = (54 - 40)/135 \times t$

$t = 135/14$ → **9,642857 ou** 9 horas 38 min 34,2 seg

49 - As duas fontes já encheram:

$(1\ 2/3 \times 1/5) + (5/6 \times 1/9) = 23/54$ do tanque.

Fica para encher : $(54-23)/54 = 31/54$ do tanque.

Em uma hora, as duas fontes enchem: $1/5 + 1/9 = 14/45$ do tanque.

Tempo necessário para acabar de encher o tanque:

$31/54 \div 14/45 = 1$ h $71/84$

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

$\forall$ = volume tanque

$\forall_1$ = volume colocado pela fonte 1

$\forall_2$ = volume colocado pela fonte 2

$t_1 = 5$ h	$t_2 = 9$ h
$Q_1 = \forall/5$ l/h **(1)**	$Q_2 = \forall/9$ l/h **(2)**
$t = 1\ 2/3$ h 5/3	$t = 5/6$ h
$\forall_1 = Q_1 t$	$\forall_2 = Q_2 t$
$\forall_1 = \forall/5 \times 5/3$	$\forall_2 = \forall/9 \times 5/6$
$\forall_1 = \forall/3$ **(3)**	$\forall_2 = 5\forall/54$ **(4)**

Volume que falta encher:

$\forall - (\forall_1 + \forall_2)$

Então:

$\forall - (\forall_1 + \forall_2) = (Q_1 + Q_2)t_j$

Substituindo pelos valores de (1) (2) (3) e (4):

$\forall - (\forall/3 + 5\forall/54) = (\forall/5 + \forall/9)t_j$

$(54 - 18 - 5)/54 = 14\, t_j/45$

$31/54 = 14\, t_j/45$

$t_j = 155/84 \rightarrow 1{,}845$ h ou

1 hora 50 min 42,8 seg

50 Em uma hora, enche-se do tanque $1/7 - 1/11 = 4/77$

Para enchê-lo todo, o tempo necessário é:

77/4 = 19 h 1/4

A fração do tanque a encher é:

$3/4 - 1/3 = 5/12$

O tempo pedido é:

$19\ 1/4 \times 5/12 = 8$ h 1/48

Solução Algébrica

t = tempo em horas

$\forall$ = volume tanque

Q = vazão em litros/hora

$t_1 = 7$ h	$t_2 = 11$ h
$Q_1 = \forall/7$ l/h **(1)**	$Q_2 = \forall/11$ l/h **(2)**

$\forall$ = volume do tanque
$\forall_1$ = volume já colocado → $\forall/3$
$\forall_2$ = volume a encher → $3\forall/4$
Volume que falta encher: → $\forall_F$
$\forall_F = (\forall_2 - \forall_1)$
Então:
$\forall_F = 3\forall/4 - \forall/3$
$\forall_F = 5\forall/12$ **(3)**

Assim:
$\forall_F = Q_1 t - Q_2 t$
$\forall_F = (Q_1 - Q_2)t$
Valores de (1) (2) e (3) :
$5\forall/12 = (\forall/7 - \forall/11)\, t$
$5/12 = 4t/77$
$t = 385/48$ → 8,020833 h ou
8 horas 1 min 15 seg

---

51 A bomba já funcionou durante
10 5/12 ÷ 4 = 2 29/48 h
Deverá ainda funcionar durante
(10 5/12 - 2 29/48) ÷ 2/3 = 11 23/32 h
Para encher a caixa, a bomba gastará
2 29/48 + 11 23/32 = 14 31/96 h

Solução Algébrica
t = tempo em horas
$\forall$ = volume tanque
Q = vazão em litros/hora

Caso 1: Bomba Normal

t_1 =10h 5/12 → 125/12 h

$Q_1 = 12\forall/125$ l/h **(1)**

Volume colocado → $\forall/4$

Então:

$\forall/4 = 12\forall/125\ t_N$

$t_N = 125/48$ h **(2)**

Caso 2: Bomba Com Defeito

$Q_2 = Q_1 - Q_1/3$

$Q_2 = 2Q_1/3$

Q_1 é dado por (1)

$Q_2 = 2/3 \times 12\forall/125$

$Q_2 = 8\forall/125$

Volume colocado

$\forall - \forall/4$ → $3\forall/4$

Então:

$3\forall/4 = 8\forall/125\ t_D$

$t_D = 375/32$ h **(3)**

Tempo total gasto (2) + (3)

T = 125/48 + 375/32

T = 1375/96 → 14,322916 h

14 horas 19 min 22,5 seg

52 O sifão esvaziou 3 1/3 ÷ 10 = 1/3 da pipa.

A torneira, no mesmo tempo, esvaziou 3/4 - 1/3 = 5/12 da pipa

A torneira gastaria, sozinha 3 1/3 × 12/5 = 8 horas.

Para esvaziar 1/4 da pipa, gastará 8 ÷ 4= 2 horas.

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

Sifão

t_1 =10h tempo para esvaziar o tanque

$Q_1 = \forall/10$ l/h **(1)**

tempo de operação t:

3 1/3 → 10/3 h

volume vazado: $3\forall/4$

Torneira:

t_2 = ? tempo para esvaziar o tanque

$Q_2 = \forall/t_2$ **(2)**

tempo de operação t:

3 1/3 → 10/3 h

volume vazado: $3\forall/4$

Então:

$\forall = (Q_1 + Q_2)t$

$3\forall/4 = (\forall/10 + \forall/t_2) \times 10/3$

$3/4 = (t_2 + 10)/10t_2 \times 10/3$

$9/40 = (t_2 + 10)/10t_2$

$50t_2 = 400$

$t_2 = 8$ horas

logo por (2):

$Q_2 = \forall/8$ l/h

Para esvaziar o tanque faltam:

$\forall - 3\forall/4 \rightarrow \forall/4$

Assim, com o sifão parado, só a torneira vaza o tanque:

$\forall = Q_2 T$

$\forall/4 = \forall/8 \times T$

$T = 8/4$ ou: 2 horas

53 - Solução aritmética elaborada por Luis VC Vallejo

As duas juntas gastam 12 horas e 2/5 para encher o tanque, ou 62/5 horas. Em uma hora, portanto as duas enchem 5/62 do tanque.

Durante o mesmo tempo, a primeira fonte faz 3/2 do trabalho da 2ª. O que a primeira faz em 2 h, a segunda o faz em 3 horas.

Então repartindo 5/62 proporcionalmente a 3 e 2, teremos a fração da caixa enchida em uma hora respetivamente pela primeira e a segunda fonte.

Em uma hora, a primeira fonte enche

$5/62 \times 3/(3+2) = 3/62$ da caixa.

Em uma hora, a segunda fonte enche

$5/62 \times 2/(3+2) = 2/62$ da caixa.

Com a rachadura, um certo volume de água despejado pelas fontes passa a escapar e agora elas não mais gastam 12 horas e 2/5 para encher o tanque, mas sim 20 horas.

O volume despejado pela primeira torneira em uma hora é de 3/62 do tanque. Em 20 horas despeja: $20 \times 3/62 = 30/31$ do volume do tanque
O volume despejado pela segunda torneira em uma hora é de 2/62 do tanque. Em 20 horas despeja: $20 \times 2/62 = 20/31$ do volume do tanque.
Em 20 horas, portanto as duas torneiras despejaram:
$30/31 + 20/31 = 50/31$

Isso é mais do que o volume total do tanque (31/31) o que significa que, se o tanque ficou cheio, o excedente de água escapou pela rachadura. Assim, esse excedente é: $50/31 - 31/31 = 19/31$
Desse modo sabemos que 19/31 do volume do tanque escapou pela rachadura em 20 horas. Por hora, vaza pela rachadura:
$19/31 \div 20 = 19/620$ do volume do tanque.

Somente com a primeira fonte abastecendo o tanque com a rachadura, em uma hora a água que fica no tanque é:
$3/62 - 19/620 = 11/620$ do seu volume.
O tempo gasto para encher o tanque nessas condições é de 620/11 horas ou seja 56,363 ou 56 horas 21min e 49 s ou 2 dias 8 horas 21 min 49 s

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

Duas fontes:

$t_1 = 2/3 \; t_2$	$t_2 = ?$
$Q_1 = 3\forall/2t_2$ l/h **(1)**	$Q_2 = \forall/ t_2$ l/h **(2)**

Tempo de enchimento sem rachadura

$T = 12h\ 2/5 \rightarrow 62/5\ h$

Equação:

$\forall = (Q_1 + Q_2)T$

$\forall = (3\forall/2t_2 + \forall/t_2) \times 62/5$

$1 = (3/2t_2 + 2/2\,t_2) \times 62/5$

$1 = (5/2\,t_2) \times 62/5$

$2\,t_2 = 62$

$t_2 = 31$ horas

Como $t_1 = 2/3\ t_2$

$t_1 = 2/3 \times 31 \rightarrow t_1 = 62/3$ horas

Substituindo em (1) e (2):

$Q_1 = 3\forall/2t_2$

$Q_1 = 3\forall/2 \times 31$

$Q_1 = 3\forall/62$ **(3)**

$Q_2 = \forall/t_2$

$Q_2 = \forall/31$ **(4)**

Tempo de enchimento com rachadura

$T = 20\ h$

Água que escorre pela rachadura:

$t_3 = ?$

$Q_3 = \forall/t_3$ l/h **(5)**

Equação:

$\forall = (Q_1 + Q_2 - Q_3)T$

Substituindo por (3) (4) e (5):

$\forall = (3\forall/62 + \forall/31 - \forall/t_3) \times 20$

$1 = [(3\,t_3 + 2\,t_3 - 62)/62t_3] \times 20$

$1 = [(5\,t_3 - 62)/62t_3] \times 20$

$62t_3 = (5\,t_3 - 62) \times 20$

$31t_3 = 50t_3 - 620$

$19t_3 = 620$

$t_3 = 620/19\ h$

Substituindo em (5):

$Q_3 = \forall \times 620/19$

$Q_3 = 19\forall/620$ **(6)**

Somente a fonte 1 e a rachadura:

$\forall = (Q_1 - Q_3)T$

Substituindo por (5) e (6):

$\forall = (3\forall/62 - 19\forall/620) \times T$

$1 = [(30 - 19)/620] \times T$

$T = 620/11$ horas 56,363 ou 56 horas 21min e 49 s

54 - Solução

Para se obter 54600 l seriam precisos

$8 \times 54600/(7 \times 60 \times 60) = 17$ h 20 min

1º - Será preciso fechá-la ás

10h 20min+17h20min—24 h =

3h 40 min da tarde.

A superfície da base do tanque é

$3,15^2 \times 3,1416 = 31,1725$ m^2.

2º - A água se elevaria a

$54,6 \div 31,1725 = 1,7515$ m

Faltaria para transbordar

1,90—1,7515 = 0,1485 m

O volume a encher seria de

$31,1725 \times 0,1485 = 4,6291$ m^3

A torneira gastaria para fazê-lo

$8\times 4629,1/(7 \times 60 \times 60) =$

1 h 28 min 10 seg.

A torneira deveria ficar aberta até

3h 40min + 1h 28min 10seg =

5h 8min 10 s.

Solução Algébrica

t = tempo em horas - $\forall$ = volume tanque - Q = vazão em litros/hora

1ª:

Q = 7/8 l/s → 420/8 l/min

$\forall$ = 54,6 m^3 → 54600 l

t = $\forall$/Q → $54600 \times 8/420$

t = 1040 min → 17h 20min

A torneira foi aberta às 22h 20 min e deve ficar aberta por 17h 20 min.
Então será fechada às: 22h 20min + 17h 20min - 24 = 15h 40 min

2ª:
Para tanque de base circular temos:
$\forall = \pi d^2/4 \times h$
sendo :
$\pi = 3{,}14159$
d → diâmetro da base do tanque
h → altura do tanque

Então:
$54{,}6 = (3{,}14159 \times 6{,}3^2)/4 \times h$
$h = (4 \times 54{,}6)/(3{,}14159 \times 6{,}3^2)$
$h = 218{,}4/124{,}6897$
$h = 1{,}7515$ m

3ª:
Para encher o tanque faltam:
1,9 - 1,7515 → 0,1485 m
Então o volume será:
$\forall = (3{,}14159 \times 6{,}3^2)/4 \times 0{,}1485$
$\forall = 124{,}6897/4 \times 0{,}1485$
$\forall = 4{,}6291\ m^3$
$t = \forall/Q$ → $4629{,}1 \times 8/420$
t = 88,173430 min →
1h 28min 10,4 s
Adicionando esse tempo ao instante que foi fechada:
15h 40min + 1h 28min 10seg =
17h 8min 10 s.

55 Seja x esse tempo. Em 1h as torneiras enchem
1/7 + 1/9 - 1/5 do tanque.
Em x horas encherão os $x/7 + x/9 - x/5$ ou os 7/9 do tanque.
Portanto: $x/7 + x/9 - x/5 = 7/9$
x = 14 h 24 min 42 seg.

Solução Algébrica
t = tempo minutos $\forall$ = volume Q = vazão

$t_1 = 7$	$t_2 = 9$	$t_3 = 5$	$\forall_1 = 2\forall/9$
$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$	$Q_3 = \forall/t_3$	
$Q_1 = \forall/7$	$Q_2 = \forall/9$	$Q_3 = \forall/5$	

volume que falta para encher:

$\forall - \forall_1 \rightarrow \forall - 2\forall/9 \rightarrow 7\forall/9$

$\forall = Q_1 t + Q_2 t - Q_3 t$

$\forall = t(Q_1 + Q_2 - Q_3)$

$7\forall/9 = t(\forall/7 + \forall/9 + \forall/5)$

$7/9 = 17t/315$

$t = 7 \times 35/17$

$t = 14{,}411764$ h

14 h 24 min 42,3 seg

56 - Em 1 min a 1ª torneira enche $1/(60 \times 2+45) = 1/165$ do tanque.

Em 1 h 14 min, encherá $1/165 \times (60+14) = 74/165$ do tanque.

Falta para encher os $(165-74)/165 = 91/165$ do tanque.

Em 1 min a 2ª torneira enche $1/(60 \times 3+19) = 1/199$ do tanque

Em 1 min as 2 juntas enchem $1/165 + 1/199 = 364/32835$ do tanque

Gastarão para acabar de encher o tanque:

$91/165 \div 364/32835 =$ 49 min 45 s

Para encher todo o tanque gastariam

$32835 \div 364 =$ 1 h 30 min 14 s.

A 1ª torneira dá a mais que a 2ª:

$1/165 - 1/199 = 34/32835$ por minuto.

O conteúdo do tanque é :

$3\ 1/11 \times 32835/34 = 2985$

Solução Algébrica

t = tempo minutos	t_1=2h45 165 min	t_2=3h19 199 min
$\forall$ = volume	$Q_1 = \forall/t_1$	$Q_2 = \forall/t_2$
Q = vazão	$Q_1 = \forall/165$	$Q_2 = \forall/199$

1ª:

T → tempo torneira 1 aberta = 1h14 min ou T = 74 min

Volume despejado nesse tempo:

$\forall_1 = Q_1 T$

$\forall_1 = \forall/165 \times 74 \rightarrow \forall_1 = 74\forall/165$

volume que falta para encher:

$\forall - \forall_1 \rightarrow \forall - 74\forall/165 \rightarrow 91\forall/165$

$\forall = Q_1 t + Q_2 t$ ou $\forall = t\,(Q_1 + Q_2)$

$91\forall/165 = t(\forall/165 + \forall/199)$

$t(1/165 + 1/199) = 91/165$

$364t/32835 = 91/165$

$t = 91 \times 199/364$

t = 49,75 min ou 49 min 45 seg

2ª:

Para encher o tanque, as duas juntas:

$\forall = Q_1 t + Q_2 t$

$\forall = t(\forall/165 + \forall/199)$

$t(1/165 + 1/199) = 1$

$364t/32835 = 1$

$t = 32835/364$

t = 90,206043 → 1 h 30 min 12,3 s

3ª:

$Q_1 = Q_2 + 34/11$

$Q_1 - Q_2 = 34/11$

Volumes:

$Q_1 t - Q_2 t = 34/11 \times t$

Volume despejado pela torneira 1:

$\forall_1 = Q_1 t \rightarrow Q_1 = \forall t/165$

Volume despejado pela torneira 2:

$\forall_2 = Q_2 t \rightarrow Q_1 = \forall t/199$

Volume da diferença de vazão:

$\forall_3 = 34t/11$ Então:

$\forall t/165 - \forall t/199 = 34t/11$

$(199\forall - 165\forall)/(165 \times 199) = 34/11$

$34\forall/(165 \times 199) = 34/11$

$\forall = 165 \times 199/11$

$\forall = 15 \times 199$

$\forall$ = 2985 litros

57 Para encher o reservatório a 1ª torneira, gasta

36 × 5=180 horas.

A 2ª: 36 × 4=144 horas.

A 3ª: 36 ÷[1—(1/5+1/4)] =720/11 horas.

Já que em 1 h a 1ª enche 1/180 a 2ª 1/144 e a 3ª 11/720, as três juntas enchem em 1 h:

1/180 + 1/144+ 11/720 = 20/720 ou 1/36 do reservatório.

A válvula esvazia em 1 hora 1/60 do reservatório.

Em 1 h fica no reservatório

1/36 - 1/60 = 1/90 do reservatório.

Com torneiras e válvula abertas serão necessárias para enchê-lo

1 ÷ 1/90 = 90 horas.

O reservatório contém:

4 × 60 × 180 = 43200 litros.

A 1ª torneira fornece

4 × 60 × 90 = 21600 litros.

A 2ª 43200 × 90/(4 × 36) = 27000 litros.

A 3ª 43200 × 90/(20/11 × 36) = 59400 litros.

E a válvula esvazia

43200 × 90/60 = 64800 litros.

Solução Algébrica

t = tempo minutos

∀ = volume

Q = vazão

Para T = 36 horas

Torneira 1

$Q_1 = 4$ l/min

$Q_1 = 240$ l/h

$\forall_1 = \forall/5$

$\forall_1 = Q_1 T$

Igualando:

$\forall/5 = Q_1 T$

$\forall/5 = 240 \times 36$

$\forall = 240 \times 36 \times 5$

$\forall = 43200$ litros

Torneira 2

$Q_2 = \forall/t_2$

$\forall_2 = \forall/4$

$\forall_2 = Q_2 T$

$Q_2\ T = \forall/4$

$T\forall/t_2 = \forall/4$

$36/t_2 = 1/4$

$t_2 = 36 \times 4$

$t_2 = 144$ min

$Q_2 = \forall/t_2$

$Q_2 = 43200/144$

$Q_2 = 300$ l/h

Torneira 3

$Q_3 = \forall/t_3$

$\forall_3 = \forall - \forall/5 - \forall/4$

$\forall_3 = 11\forall/20$

$Q_3\ T = 11\forall/20$

$T\forall/t_3 = 11\forall/20$

$36/t_3 = 11/20$

$t_3 = 36 \times 20/11$

$t_3 = 720/11$ min

$Q_3 = \forall/t_3$

$Q_3 = 43200 \times 11/720$

$Q_3 = 660$ l/h

Torneira 4

$t_4 = 60$ horas

$Q_4 = \forall/t_4$

$Q_4 = 43200/60$

$Q_4 = 720$ l/h

Volume do tanque:

$\forall = (Q_1 + Q_2 + Q_3 - Q_4)\ t$

$43200 = (240+300+660-720)t$

$43200 = 480t$

$t = 43200/480 \rightarrow 90$ horas

(resposta 1ª)

Água despejada: (resposta 2ª)

$\forall = Qt$

Torneira 1 $\rightarrow$ $240 \times 90 = 21600$ l

Torneira 2 $\rightarrow$ $300 \times 90 = 27000$ l

Torneira 3 $\rightarrow$ $660 \times 90 = 59400$ l

Água vazada: (resposta 3ª)

Torneira 4 $\rightarrow$ $720 \times 90 = 64800$ l

58 Seja x esse número de horas. Para esvaziar a quarta parte do reservatório a válvula levou $x/4$. Para esvaziar os 3/4 as duas válvulas gastaram : $x/4 + 5/4 = (x+5)/4$

para esvaziar todo o reservatório gastariam: $[(x+5)/4] \times 4/3 = (x+5)/3$

Neste caso, o tempo sendo inferior de 1/4 de hora, tem-se a equação:

$(x+5)/3 = x/4 + (x+5)/4 - 1/4$

De que se tira $x=4$. Resp: A 1ª válvula gastaria 4 horas.

Solução Algébrica

t = tempo minutos - $\forall$ = volume - Q = vazão

Uma torneira, esvazia sozinha 1/4 do volume

$t_1=?$	$\forall_1 = \forall/4$
$Q_1 = \forall_1/t_1$	$Q_1 = \forall_1/4t_1$

Para esvaziar o restante, ou seja 3/4 do volume, as duas torneiras juntas gastam $(t_1 + 5/4)$ horas

$3\forall/4 = (Q_1 + Q_2) \times (t_1 + 5/4)$

$3\forall=(Q_1 + Q_2) \times (4t_1 + 5)$ **(1)**

Para esvaziar desde o começo, as duas juntas gastam menos 1/4 de hora do total que gastou antes.

Ou seja:

$T = t_1 + (t_1 + 5/4) - 1/4$

$T = (8t_1 + 4)/4$

Então as duas juntas:

$\forall = (Q_1 + Q_2) \times T$

$Q_1 + Q_2 = \forall/T$

$Q_1 + Q_2 = 4\forall/(8t_1 + 4)$ **(2)**

Substituindo (2) em (1)

$3\forall = [4\forall/(8t_1 + 4)] \times (4t_1 + 5)$

$3(8t_1 + 4) = 4(4t_1 + 5)$

$24t_1 + 12 = 16t_1 + 20$

$8t_1 = 8$

$t_1 = 1$ hora

Em 1 hora a torneira esvaziou 1/4 do volume. Para esvaziar tudo (4/4) gastará $4 \times 1 = 4$ horas.

59 - Resta a esvaziar pelas 2 válvulas juntas
4/4 - 1/4 = 3/4 do reservatório.
A e B juntas esvaziariam toda a água em
$(1\ 1/4 \times 4)/3 = 10/7 =$ 1 h 3/7.
B esvazia em 1/2 h o que A e B juntas esvaziariam em
1 3/7 - 1 1/7 = 2/7 de h
Para esvaziar a quantidade de água que A esvazia em 2/7 de hora B gasta
1/2 - 2/7 = 3/14 de h
Já que A em 2/7 de h ou 4/14 de h fornece o mesmo trabalho que B em 3/14, os tempos que cada válvula gastaria separadamente para esvaziar o reservatório estão entre si como 4 está para 3.
Se supusermos, um instante que B sozinha esvaziou o reservatório em 3 h e A em 4 h, em 4 h B esvaziará 1/3 e A 1/4 do reservatório. Juntas esvaziariam por hora
1/3 + 1/4 = 7/12
A gasta para esvaziar o reservatório
$(4 \times 10/7)/(12/7) =$ 3 h 20 min.
B gasta para esvaziar o reservatório
$(3 \times 10/7)/(12/7) =$ 2 h 30 min

OUTRA Solução.
Sejam x e y os tempos pedidos. Têm-se as equações:
$(1/x + 1/y)15/4 = 3/4$
$(1/x+1/y)8/7 = 1/2 - 1/2y$

Das quais se tira x=3 h 1/3 e y=2 h 1/2.

Solução Algébrica

t = tempo minutos - $\forall$ = volume - Q = vazão

Válvula A esvazia sozinha 1/4 do volume

t_A=?	t_B=?
$Q_A = \forall/t_A$	$Q_B = \forall/t_B$

Restam no tanque 3/4 do volume e se abre a válvula B. Depois desse momento, o tanque se esvazia em T = 1 h 1/14

T = 15/14 h

Então:

$3\forall/4 = (Q_A + Q_B) \times 15/14$

$Q_A + Q_B = 42\forall/60$ **(1)**

SE tivessem aberto B por meia hora:

$\forall_B = Q_B \times 1/2$ **(2)**

as duas juntas terminariam de encher em 1 h 1/7 ou 8/7

Então:

$\forall - \forall_B = (Q_A + Q_B) \times 8/7$ **(3)**

Substituindo (1) e (2) em (3)

$\forall - Q_B/2 = 42\forall/60 \times 8/7$

Mas:

$Q_B = \forall/t_B$

Então:

$\forall - \forall/2t_B = 8\forall/10\ (2t_B - 1)/2t_B = 8/10$

$(2t_B - 1) \times 10 = 16t_B$

$20t_B - 10 = 16t_B$

$4t_B = 10$

$t_B = 2{,}5 \rightarrow$ 2 horas 30 min

Substituindo em (1)

$Q_A + Q_B = 42\forall/60$

$\forall/t_A + \forall/2{,}5 = 42\forall/60$

$(2{,}5 + t_A)/2{,}5t_A = 7/10$

$4 \times (2{,}5 + t_A) = 7t_A$

$10 + 4t_A = 7t_A$

$t_A = 10/3 \rightarrow$ 3 horas 20 min

60 Sejam a o conteúdo do tanque, x o número de litros que a 1ª torneira fornece por minuto e y o que fornece a 2ª por minuto.
Para encher o tanque a 1ª torneira gasta
a/x e a 2ª, a/y .
A 1ª ficou aberta durante
$a/y \times 1/2 = a/2y$
E forneceu $a/2y \times x = ax/2y$
Para fornecer a mesma quantidade a 2ª Gasta
$ax/2y \div y = ax/2y^2$
E para acabar de encher o tanque gastará
$a/y - ax/2y^2 = (2ay\text{-}ax)/2y^2$
A quantidade de água que fornece é
$(2ay\text{-}ax)/2y^2 \times y = (2ay\text{-}ax)/2y$
Para encher o tanque, as 2 juntas gastariam
$a/(x+y)$
A 1ª torneira forneceria
$ax/(x+y)$
Pôde-se, pois, escrever as duas igualdades seguintes :
$x - y = 2$
e
$ax/2y \times 5/6 = ax/(x+y)$
Das quais se tira
$x=7$ e $y=5$.
A 1ª torneira fornece 7 litros por min e a 2ª 5 litros.
Pôde-se ainda escrever a equação :
$a/2y + (2ay\text{-}ax)/2y^2 = a/(x+y)$ + 18 h 47 min
Da qual se tira após redução de 18h 47 min a minutos e substituindo x e y pelos respetivos valores, $a= 14700$.

A capacidade do tanque é 14700 l.

A 1ª torneira o encheria em
$14700/(7 \times 60) = 35$ horas.

A 2ª torneira o encheria em
$14700/(5 \times 60) = 49$ horas

As 2 juntas gastariam para enchê-lo
$14700/(420+300) = 20$ h 26 min.

A 1ª torneira ficou aberta durante
$49 \div 2 = 24$ h 30 min.
E forneceu
$420 \times 24\ 1/2 = 10290$ litros.
A 2ª torneira ficou aberta durante
$14700/5 - 14700 \times 7/ = 14$ h 42 min
E forneceu
$300 \times 14\ 42/60 = 4410$ litros.

Solução Algébrica

Obs: Problema extremamente trabalhoso

t = tempo minutos - $\forall$ = volume - Q = vazão

Analisando o problema devemos separar as grandezas que não variam, quais sejam:

- volume do tanque: $\forall$
- a vazão da torneira 1: $\mathbf{Q_1}$
- a vazão da torneira 2: $\mathbf{Q_2}$

Em seguida, estabelecemos as equações para as três situações mencionadas no problema:

1ª) As torneiras enchendo o tanque separadamente

- tempo de gasto pela torneira 1: $\mathbf{T_{A1}}$
- tempo de gasto pela torneira 2: $\mathbf{T_{B2}}$

Equações:

$Q_1 = Q_2 + 2$

$\mathbf{Q_1 - Q_2 = 2} \qquad \mathbf{(1)}$

$\forall = T_{A1} \times Q_1$ e $\forall = T_{B2} \times Q_2$

$\mathbf{T_{A1} = \forall / Q_1} \qquad \mathbf{(2)}$

$\mathbf{T_{B2} = \forall / Q_2} \qquad \mathbf{(3)}$

2ª) As torneiras enchendo o tanque juntas desde o início

- tempo total: **T**

Equações:

$T = \forall_1 / Q_1$ **(4)**

$T = \forall_2 / Q_2$ **(5)**

$\forall = \forall_1 + \forall_2$ **(6)**

$\forall_1 = Q_1 T$

$\forall_2 = Q_2 T$

$\forall = Q_1 T + Q_2 T$

$T = \forall / (Q_1 + Q_2)$ **(7)**

3ª) As torneiras enchendo o tanque conforme descrito no problema

- tempo de gasto pela torneira 1: t_A

- tempo de gasto pela torneira 2: t_B

- volume posto pela torneira 1: $\forall_A$
- volume posto pela torneira 2: $\forall_B$
- tempo total gasto : .... T_{AB}

Equações:

$T_{AB} = t_A + t_B$

$\forall = \forall_A + \forall_B$ **(8)**

$t_A = \forall_A / Q_1$

$Q_1 = \forall_A / t_A$ **(9)**

$t_B = \forall_B / Q_2$

$Q_2 = \forall_B / t_B$ **(10)**

Dados do Problema: $t_A = T_{B2}/2$ **(11)** $T = T_{AB}$ - 18h47min	$T = t_A + t_B - 1127$ **(12)** $\forall_1 = 5/6 \times \forall_A$ **(13)**

Calculando os tempos, teremos equações somente com as grandezas que não variam, ou sejam, $\forall$, Q_1 **e** Q_2

De (11)

$t_A = T_{B2}/2$ subst. por (3), temos:

$t_A = \forall / 2Q_2$ **(14)**

Cálculo de t_B

De (8) temos:

$\forall = \forall_A + \forall_B$

De (9) temos:

$t_A = \forall_A / Q_1$ ou $\forall_A = Q_1 t_A$

substituindo por (14)

$\forall_A = \forall Q_1 / 2Q_2$ **(15)**

De (10) temos:

$t_B = \forall_B / Q_2$ ou $\forall_B = Q_2 t_B$ **(16)**

Aplicando em (8)

$\forall = \forall Q_1 / 2Q_2 + Q_2 t_B$

$2\forall Q_2 = \forall Q_1 + 2Q_2^2 t_B$

$t_B = (2\forall Q_2 - \forall Q_1) / 2Q_2^2$ **(17)**

Em (16)

$\forall_B = Q_2 t_B$

$\forall_B = Q_2 \times (2\forall Q_2 - \forall Q_1) / 2Q_2^2$

$\forall_B = (2\forall Q_2 - \forall Q_1) / 2Q_2$ **(18)**

De (4) e (7)

$\forall_1 = Q_1 T$

$T = \forall / (Q_1 + Q_2)$

$\forall_1 = \forall Q_1 / (Q_1 + Q_2)$ **(19)**

De (15)

$\forall_A = \forall Q_1 / 2Q_2$ **(20)**

De (13)

$\forall_1 = 5/6 \times \forall_A$

subst. (19) (20)

$\forall Q_1 / (Q_1 + Q_2) = 5/6 \times \forall Q_1 / 2Q_2$

mas de (1)

$Q_1 - Q_2 = 2$

$Q_1 = Q_2 + 2$

Então:

$\forall (Q_2+2)/(Q_2 + 2 + Q_2) = 5/6 \times \forall (Q_2 + 2)/2Q_2$

$(Q_2+2)/(2Q_2 + 2) = (5Q_2 + 10)/12Q_2$

$2Q_2^2 - 6Q_2 - 20 = 0$

$Q_2 = 5$ litros/min

$Q_1 = Q_2 + 2$

$Q_1 = 5 + 2$

$Q_1 = 7$ litros/min

Volume do Tanque

De (12)

$T = t_A + t_B - 1127$

De (7) (14) e (17)

$\forall/(Q_1+Q_2)=\forall/2Q_2+(2\forall Q_2-\forall Q_1)/2Q_2^2-1127$

Substituindo os valores de Q_1 e Q_2

$\forall/12 = \forall/10 + (10\forall - 7\forall)/50 - 1127$

$\forall/12 = (5\forall + 3\forall - 1127\times50)/50$

$50\forall = 12(8\forall - 56350)$

$50\forall = 96\forall - 676200$

$46\forall = 676200$

$\forall = 14700$ litros

Tempo gasto pela 1ª torneira sozinha: (2)

$T_{A1} = \forall/ Q_1$

$T_{A1} = 14700/7$

$T_{A1} = 2100$ min ou 35 horas

gastam (7)

Tempo gasto pela 2ª torneira sozinha:(3)

$T_{B2} = \forall/ Q_2$

$T_{B2} = 14700/5$

$T_{B2} = 2940$ min ou 49 horas

As duas torneiras juntas

$T = \forall/(Q_1+Q_2)$

$T = 14700/(7+5)$ ou

$T = 14700/12$

$T = 1225$ min ou

20 h 25 min

A 1ª torneira ficou aberta por: (14)

$t_A = \forall/ 2Q_2$ ou 14700/10

$t_A = 1470$ min ou 24 h 30 min

Fornecendo (9)

$Q_1 = \forall_A / t_A$

$\forall_A = Q_1 t_A$ ou 7×1470

$\forall_A = 10290$ l

A 2ª torneira ficou aberta por: (17)

$t_B = (2\forall Q_2 - \forall Q_1) / 2Q_2^2$

$t_B = \forall(2Q_2 - Q_1) / 2Q_2^2$

$t_B = 14700 \times (10 - 7) / 50$

t_B = 14700 × 3 / 50

t_B = 882 min ou 14 h 42 min

Fornecendo (10)

$Q_2 = \forall_B / t_B$

$\forall_B = Q_2 \, t_B$ ou 5 × 882

$\forall_B$ = 4410 litros

CAPÍTULO II

Tempo, Relógios, Ponteiros, Arcos, etc

SOLUÇÕES

1 - Solução.
8 h 45 min + 18 min 30 s = 9 h 3 min 30 s.

2 - Solução.
O relógio adianta de:
11 min ÷ 24 = (11 min × 60 s) : 24 = 27,5 s por hora. Em 1 hora ou 3600 s os ponteiros percorrem:
3600 s + 27,5 s = 3627,5 s do mostrador. Quando marcarem 7 h na manhã seguinte, terão percorrido:
12 + 7 = 19 h ou 68400 s do mostrador.
A hora verdadeira será:
68.400 s ÷ 3627,5 s = 18 h 51min 21 s ou 6 h 51 min 21 s da manhã.

Solução Algébrica
Do meio dia às 7 horas do dia seguinte são:
12 + 7 = 19 horas
seja x o adiantamento do relógio. Se em 24 horas adianta 11 min em 19 horas adiantará:
24 ➔ 11
19 ➔ x

x = 19 × 11/24 → 8,708

ou 8 min 42,5 s

Como o relógio está marcando 7 horas mas está adiantado de 8 min 42,5 s, então a hora certa é:

7h - 8 min 42,5 s = 6 h 51 min 17,5 s

3 - Solução

O relógio atrasa de:

8 min ÷ 24 ou 8 × 60÷24 = 20 s por hora.

Em 1 hora ou 3600 s os ponteiros percorrem:

3600 s — 20 s = 3580 s do mostrador.

Quando marcarem 18 h ou 6 h da tarde, eles terão percorrido :

4 + 6 = 10 h ou 36.000 s do mostrador.

A hora verdadeira será:

36000 ÷ 3580 = 10 h 3 min 21 s, após as 8 h da manhã, isto é:

6 h 3 min 21 s da tarde.

Solução Algébrica

De 8 horas da manhã às 18 horas são:

18 - 8 = 10 horas

seja x o atraso do relógio. Se em 24 horas atrasa 8 min em 10 horas atrasará:

24 → 8

10 → x

x = 10 × 8/24 → 3,333333

ou 3 min 20 s

Como o relógio está marcando 18 horas mas está atrasado de 3 min 20 s, então a hora certa é:

18 h + 3 min 20 s = 18 h 3 min 20 s

4 - Por hora, o relógio adianta de 60 × 2 + 35 = 155 segundos.

Por segundo, o relógio adianta de 155/(60×60)=155/3600 de segundo.

O tempo indicado vale 60×(60×38+49)+15 = 139755 seg.

O adiantamento será de

155 × 139755/3600 = 1 h 40 min 17,23 s

Nota

por L V C Vallejo

A operação acima é realizada da seguinte forma:

155 × 139755/3600 = 6017,229 s

Vamos transformar esse valor em horas ou dias

1 - Passar para minutos:

6017,229 / 60 = 100,287 min

2 - passar para horas

100,287 / 60 = 1,671 h

Então o adiantamento é de 1 hora e 0,671 min. Em minutos:

0,671 × 60 = 40,287 min ou seja 40 minutos e 0,287 s

0,287 × 60 = 17,22 s

Adiantamento em horas:

1 hora 40 min e 17,22 s

5 - 1º) Das 8 horas da manhã até 7 h 1/4 da noite, passam-se :

4 + 7 1/4 = 11 h 1/4

Em 11 h 1/4 o relógio adianta de

(8 $\times$ 11 1/4) ÷ (45 $\times$ 24) = 1/12 h ou 5 min.

Às 7h 1/4 o relógio marcará 7 1/4 + 1/12 = 7 h 1/3 ou 7 h 20 min

2º) Se atrasar, ele marcará 7 1/4 - 1/12 = 7 h 1/6 ou 7 h 10 min

Solução Algébrica

1º Caso:

O relógio adianta 8/45 por dia ou seja em 24 horas. Então, por hora adianta:

24 ➔ 8/45

1 ➔ x

x = 8/45 ÷ 24 x = 1/135 h

As 7 h e 1/4 da noite , ou seja 19:15 horas passou-se:

19 h 15 min - 8 h = 11 h 15 min

Então estará marcando:

1 h ➔ 1/135

11 1/4 ➔ x

como 11 1/4 = 45/4

x = 45/4 $\times$ 1/135

x = 1/12 h ou seja 5 min

O relógio marcará

11 h 15 min + 5 min = 11 h 20 min

2º) Se atrasar vai atrasar os mesmos 5 minutos. Então

11 h 15 min - 5 min = 11 h 10 min

6 - O espaço de tempo marcado pelo relógio é

12 + 6 1/5 = 18 h 1/5

60 × 18 1/5= 1092 minutos.

Em cada hora o relógio marca 60 min 2/3

O tempo exato decorrido é pois

1092 ÷ 60 2/3 = 18 horas.

São, por conseguinte, 18—12= 6 horas da manhã.

Solução Algébrica

6 horas e 1/5 são 6 h 12 min

Do meio dia às 6 h 12 min do dia seguinte são:

12+ 6 h 12 min = 18 horas 12 min ou seja

18 × 60 + 12 = 1092 min

Se em 1 hora adianta 2/3 min então em uma hora desse relógio dura 60 2/3 min ou 182/3 min.

Como está adiantando, passou 1092 min com a hora durando 182/3 min. Então seja x o tempo real decorrido:

1 h real → 182/3 min

x h real → 1092 min

x = 1092 × 3/182

x = 18

Ou seja, as 18 h 12 min marcadas pelo relógio defeituoso foram na realidade 18 horas. Como o relógio foi acertado ao meio dia, então a hora certa é 6 horas da manhã (18 - 12 = 6)

7 - Em um dia há $60 \times 24 = 1440$ minutos.

Durante este tempo, o relógio marca $1440—2 = 1438$ minutos.

No prazo indicado, o relógio marcou

$(60 \times 24 \times 5)+(60 \times 4)+15 = 7455$ min.

Número de minutos realmente decorridos:

$7455 \times 1440 \div 1438 = 7465$ min 22 seg

O relógio atrasou de: 7465 min 22 s—7455 min. = 10 min 22 s.

Hora exata: 16 h 15 + 11 min 22 s

16 h 15 min + 10 min 22 s = 16 h 25 min 22 s.

Solução Algébrica

Tempo marcado pelo relógio:

Início - qui meio dia

sex meio dia → 1 dia

sáb meio dia → 1 dia

dom meio dia → 1 dia

seg meio dia → 1 dia

ter meio dia → 1 dia

ter - de meio dia às 16:15 horas = 4 h 15

Total: 5 dias 4 horas 15 min (1)

Em minutos:

$5 \times 24 \times 60 =$	7200 min
$4 \times 60 =$	240 min
+	15 min
Total:	7455 min

Atrasa dois minutos por dia. Então:

Tempo real: 24 h - 2 min

24 $\times$ 60 - 2 = 1438 min

Seja x o tempo decorrido após o acerto:

1 d real ➔ 1438 min

x d real ➔ 7455 min

x = 7455 / 1438 ⟶ 5,184

5 dias

0,184 $\times$ 24 =4,422

4 horas

0,422 $\times$ 60 =25,368

25 min

0,368 $\times$ 60 =22,114

22,1 s

Tempo real: 5 dias 4 horas 25 min 22,1 s

O tempo marcado pelo relógio foi (1): 5 dias 4 horas 15 min

A hora mostrada era 16:15

Então a hora real foi: 16 h 25 min 22,1 s

8 - O espaço de tempo marcado pelo relógio é

12 + 24 + 5 1/6 = 41 h 1/6 ou 2470 minutos.

O relógio atrasa de 1 1/5 ÷ 4 1/6 = 36/125 de hora por dia.

Por hora ele atrasa de 36/125÷24= 3/250 de h ou 18/25 de minuto.

Numa hora exata, o relógio apenas marca 60—18/25 = 59 min 7/25

O tempo exato decorrido é 2470 ÷ 59 7/25= 41 h 2/3

Tirando as 12 horas de 5ª feira e as 24 horas de 6ª feira obtemos
41 2/3—(12+24) = 5 h 2/3 da manhã de sábado ou 5 horas e 40 minutos

Solução Algébrica

Cálculo do atraso:

1 h 1/5 $\rightarrow$ 6/5 h

4 dias 1/6 $\rightarrow$ 4 $\times$ 24 + 1/6 $\times$ 24 = 100 horas

Portanto em 100 horas há um atraso de 6/5 horas. Então:

100 - 6/5 = 494/5 ou seja 100 horas reais equivalem no relógio com defeito a 494/5 horas (1)

Tempo que o relógio defeituoso funcionou:

Acertado às 12 horas de quinta feira

Para 12 horas de sexta feira, passaram-se 24 horas ou 1 dia.

De 12 horas de sexta feira para 5 h 1/6 de sábado de manhã passaram-se 17 h e 1/6.

Tempo decorrido total:

1 dia 17 horas e 1/6 ou

1 dia 17 horas 10 minutos   (2)

Cálculos:

1 dia = 24 $\times$ 60 = 1440 min

17 horas $\times$ 60 = 1020 min

Total em minutos

1440 + 1020 + 10 = 2470 min (1)

Então o relógio funcionou por 2470 min com 100 horas valendo 494/5 horas. Seja x o tempo real decorrido:

100 h real ➔ 494/5 h

x min real ➔ 2470 min

$x = 2470 \times 100 \times 5/494$

$x = 2500$ min

1 dia = 24 × 60 ⟶ 1440 min

1 d real ➔ 1440 min

x d real ➔ 2500 min

$x = 2500 / 1440 \longrightarrow 1{,}736$

1 dia

0,736 × 24 = 17,666

17 horas

0,666 × 60 = 40

40 min

Tempo realmente decorrido:

1 dia 17 horas e 40 min

Hora exata:

17 h 40 min - 12 h = 5 h 40 min

9 - O adiantamento de 8 min 1/2 produziu-se em :

8 1/2 ÷ 1 1/3 = 6 dias 3/8 ou 6 dias e 9 horas.

Acertou-se, pois, o relógio no precedente domingo, às (15—9) ou 6 horas da manhã.

Solução Algébrica

Pelos dados temos:

1 1/3 = 4/3

8 1/2 = 17/2

1 dia real ➔ 4/3

x dias real ➔ 17/2

$x = 17/2 \times 3/4 \longrightarrow x = 51/8$ dias

51/8 = 6,375

6 dias

0,375 × 24 = 9

9 horas

Então às 3 horas da tarde de sábado o tempo foi de 6 dias e 9 horas depois do acerto.

Contando o tempo, 6 dias caem exatamente no domingo às 3 horas da tarde (15 horas). Temos que voltar mais 9 horas. Então, chegamos ao momento em que o relógio foi acertado, ou seja 6 horas da manhã (6 + 9 = 15)

Resp: Domingo às 6 horas da manhã

10 - Das 2 3/4 de 5ª feira até a hora apontada no sábado o relógio marcou (12—2 3/4)+24+16 h 25 min = 49 h 2/3

que valem 60 × 49 2/3 = 2980 minutos

Por hora exata, o relógio marca 60 - 2/5 = 59 min 3/5

Em 2980 minutos ele atrasou de (2 × 2980) ÷ (5 × 59 3/5) = 20 min

Na 5ª feira o atraso já era de 15 min.

O atraso total é, pois 15 + 20 = 35 min.

E a hora exata é 4 h 25 min + 35 min = 5 horas.

Solução Algébrica

Calculando a data em que foi acertado:

Em 1 hora atrasa 2/5 de minuto, ou seja 24 seg. De 2h 3/4 para 3 horas a diferença é de 15 minutos ou 900 seg.

Seja x o tempo decorrido após o acerto:

1 h real ➜ 24 seg
x h real ➜ 900 seg

x = 900/24 → 37 h 1/2

37,5 / 24 = 1, 5625
1 dia
0,5625 × 24 = 13,5 horas

Então a data do acerto ocorreu a 1 dia 13 horas e 30 minutos
De quinta feira 15 h menos 1 dia 13 horas e 30 minutos resulta:
Menos 1 dia → quarta feira 15h
Menos 13:30 → quarta feira 15-13,5 =1,5
Data do acerto quarta feira às 1:30 h

Tempo decorrido pelo relógio:

De quarta feira 1:30 h a sábado 4:25 h da tarde ou 16:25 h
Qua 1:30→ qui 1:30 = 1 dia
Qui 1:30 → sex 1:30 = 1 dia
Sex 1:30 → sab 1:30 = 1 dia

sab 1:30 → sab 16:25
15:85 - 1:30 = 14:55 h
Total : 3 dias 14 horas e 55 min ou
(3 × 24 +14) × 60 + 55 = 5215 min

Tempo real:

Em uma hora, o relógio atrasa 2/5 de min, ou seja, em 1 hora o relógio marca 60 - 2/5 = 298/5 min

1 h real	➔	298/5 min	$x = 5215 \times 5/298 \rightarrow 87{,}5$
x h real	➔	5215 min	

87,5 ÷ 24 = 3, 645

3 dias

0,645 × 24 = 15,5

15 horas e meia

Tempo real decorrido desde o acerto:

3 dias 15 horas 30 min

Hora real:

Quarta 1:30 + 3 d 15 h 30 min

Quarta 1:30 + 3 dias = Sábado 1:30

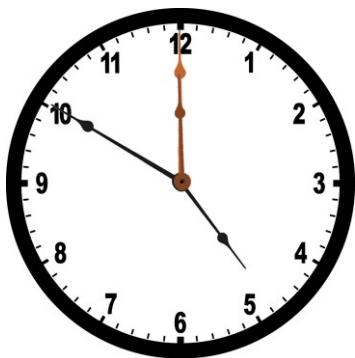
1:30 + 15:30 = 17 horas

Resp: hora real 17 horas

11 - Para marcar a hora exata, o relógio deve ainda adiantar-se de 12—4 h 50 min = 7 h 10 min.

Para isso, precisa de 7h 10 min ÷ 4 min 5 s = 105 d 7 h 20 min 49 s.

Nota

por L V C Vallejo

É meio dia, mas o relógio marca 16:50 devido a seu defeito de adiantar. SE fosse marcar certo os dois ponteiros deveriam estar posicionados no 12, como na figura, porém estão em 4:50.

Então para marcar certo ele deverá adiantar-se de:

12 - 4:50 = 7:10

adianta 4 min 5 seg por dia, ou 4 1/12 ou 49/12 min

Tem que adiantar 7:10 h ou 7 $\times$ 60 + 10 = 430 min

Seja x o tempo necessário para isso:

1 d ➔ 49/12 min

x d ➔ 430 min

x = 430 $\times$ 12/49 $\rightarrow$

105,306

105 dias

0,306 $\times$ 24 = 7,346

7 horas

0,346 $\times$ 60 = 20,816

20 min

0,816 $\times$ 60 = 48,97

48,97 seg

Resp: 105 d 7 h 20 min 48,9 seg

12 - O tempo pedido é de

12 h ÷ 8 min 30 s = 84 d 16 h 56 min 28 s.

Nota

por L V C Vallejo

Estamos com a hora certa marcando meio dia. No relógio os ponteiros apontam para 12 horas. Daqui a 12 horas, os ponteiros marcarão novamente 12. Portanto, se o relógio adiantar 12 horas, os ponteiros estarão ainda no 12, ou seja estarão marcando a hora certa. Então o relógio marcará a hora certa quando tiver adiantado de 12 horas.

Adianta 8 min 30 seg por dia, ou 8 1/2 ou 17/2 min

Tem que adiantar 12 h

ou 12 $\times$ 60 = 720 min

Seja x o tempo necessário para isso:

1 d ➔ 17/2 min

x d ➔ 720 min

x = 720 $\times$ 2/17 $\longrightarrow$ 84,705

84 dias

0,705 $\times$ 24 = 16,941

16 horas

0,941 $\times$ 60 = 56,470

56 min

0,470 $\times$ 60 = **28,24 seg**

13 - O primeiro relógio, em um dia, adianta de 8 minutos. Diferença de hora, para um dia: 8+4=12 min.

Para que haja uma diferença de 16 min 1/2, devem decorrer :

$(24 \times 16\ 1/2) \div 12 = 33$ horas.

O fato terá lugar terça-feira às 33—24 = 9 h da tarde.

O 1º relógio terá adiantado de

$4 \times 33/12 = 11$ minutos.

O 1º relógio marcará

9 h+11 min= 9 h 11 min

O 2º relógio marcará

9 h—11/2 min = 8 h 54 1/2 min.

Solução Algébrica

Pelos dados temos:

1º Relógio adianta 4 min em 12 h, ou seja 8 min em 24 horas

2º Relógio atrasa 4 min em 24 h

Diferença entre eles em 24 h: 8 + 4 = 12 min em 24 h

Quando a diferença for 16 min 1/2 ou 33/2 min o tempo decorrido será x.

1 dia real ➔ 12 min

x dias real ➔ 33/2 min

$x = 33/2 \times 1/12 \rightarrow$

$x = 33/24$ dias ou

1,375 dias $\rightarrow$ 1 dia

$0{,}375 \times 24 = 9$ horas

O tempo real foi 1 dia e 9 horas. Como o acerto foi na segunda feira ao meio dia, um dia e 9 horas depois é na terça feira às 21 horas.
O 1º relógio, que adianta 8 min por dia marcará:

1 dia real → 8 min
33/24 d real → x min

$x = 33/24 \times 8 \to 11$ min

Então marcará 21:11 min terça feira

O 2º relógio que atrasa 4 min por dia marcará:

1 dia real → 4 min
33/24 d real → x min

$x = 33/24 \times 4 \to 5{,}5$ min ou 5 min 30 s

Então marcará 20h 54 min 30 s terça feira

14 - As horas decorridas, representadas por x, dão $24 - x$ como resto do dia; logo a equação : $24 - x = 9x/15$ $x = 15$ ou 3 horas da tarde.

15 - Suponhamos o dia dividido em 15 partes iguais e que restam 11 destas partes. Então o tempo decorrido é 4/11 de 11 partes, isto é, 4 partes. Logo, decorreram 4 partes do dia e restam 11. Mas o dia está dividido em 15 partes. Então decorreram 4/15 de dia e restam 11/15 do dia.

Mas o dia tem 24 horas. Então decorreram 4/15 de 24 horas e restam 11/15 de 24 horas.

Se já decorreram 4/15 de 24 horas, são 4/15 $\times$ 24 = 32/5 da hora ou 6 horas e 2/5 da hora.

E 2/5 da hora = 2/5 de 60 minutos = 2/5 $\times$ 60 = 24 minutos.

R. São 6 horas e 24 minutos da manhã.

Observação. Se a fração dada no problema é, por exemplo, 5/13, dividimos o dia em 18 partes iguais e supomos que restam 13 destas partes; se a fração dada é 12/17, dividimos o dia em 29 partes iguais e supomos que restam 17 destas partes e assim por diante

Solução Algébrica

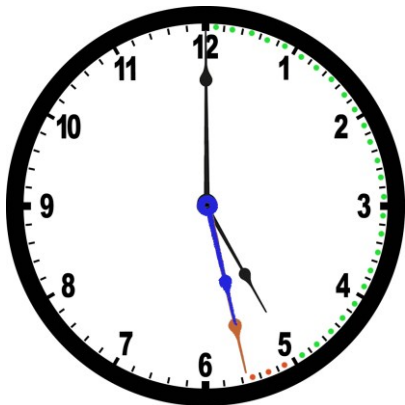
Seja x o tempo decorrido. Então o que resta do dia é (24 - x).

Equação: 4/11 $\times$ (24-x) = x

x = 96/15 horas ou 6 h 24 min

16 - Seja x esse tempo. As 5 h o ponteiro dos minutos está sobre as 12 h e o das horas sobre a 25ª divisão. Até se encontrarem o ponteiro maior percorrerá x divisões e o das horas x—25. Como o ponteiro maior anda 12 vezes mais depressa que o menor, o caminho percorrido é 12 vezes maior e tem-se: $x = 12\,(x — 25)$.

x= 27 3/11 min ou 27 min 16,36 seg

[Nota por L V C Vallejo]

Enquanto o ponteiro das horas anda 5 divisões (1 hora) o dos minutos anda 60. Então enquanto o ponteiro das horas anda uma divisão o ponteiro dos minutos anda $60 \div 5 = 12$

Então o ponteiro dos minutos é 12 vezes mais rápido que o das horas.

As x divisões do encontro são os pontos verdes e vermelhos na figura.

É o que o ponteiro dos minutos andará. Os pontos vermelhos são as divisões que o ponteiro das horas andará. Então enquanto o ponteiro dos minutos percorrerá x o das horas percorrerá apenas (x - 25) pontos vermelhos.

Equação

$x = 12\,(x — 25)$

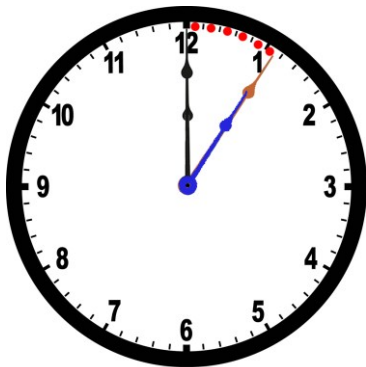
$11x = 300$ ou $x = 300/11$ min ou 27,272

27 min

$0{,}272 \times 60 = 16{,}363$

16, 36 seg

Resp: encontro se dará aos 27 min 16,36 s

17 - Solução.

O ponteiro dos minutos percorre 60 divisões numa hora e o das horas, 5.

Se o encontro se der depois de x horas, os 2 ponteiros terão percorrido: $60x$ divisões e $5x$; como o ponteiro dos minutos está junto com o das horas à meia-noite, para encontrar-se de novo com este tem de percorrer 60 divisões e mais as divisões percorridas pelo ponteiro das horas; logo a equação: $60x = 60+5x$; logo:

$x = 60/55$ ou 12/11 hora

x= 1h 5 min 27,2s

O 1º encontro se dará à 1 h 5 min 5/11 ou 12/11 de hora. Então, a cada 12/11 hora se dá um encontro. O número dos encontros até meio dia (ou seja 12 horas depois) será $12 \div 12/11 = 11$

R. 1 h 5 min 27,2 s e 11 encontros.

18 - 1º) a) O ponteiro dos segundos percorre por hora $60 \times 60 = 3600$ divisões; o das horas percorre 5 divisões. Supondo que o encontro dos dois ponteiros se dê depois de x horas, o 1º percorre $3600x$ divisões e o 2º, $5x$ divisões.

Mas, o ponteiro dos segundos, já que começa ao meio-dia juntamente com o das horas, para alcançar este último, deverá dar a volta do mostrador e percorrer ainda o mesmo número de divisões que o ponteiro das horas. Temos, pois, a equação: $3600x = 60 + 5x$

logo: $x = 60/3595$ horas

ou $x = (60 \times 60)/3595 = 3600/3595 =$ 1 min 1/719 ou 1 min e 0,083s

O primeiro encontro do ponteiro das horas com o dos segundos realiza-se, pois, 1 min 1/719 depois do meio dia.

Acharíamos, por um processo análogo, que o 2º encontro se dá 1 min 1/719 depois do primeiro, ou 2 min 2/719 depois do meio-dia. E assim por diante.

b) O ponteiro dos segundos percorre 3600 divisões numa hora, e o dos minutos, 60. Um raciocínio análogo ao precedente dá a equação:

$3600\,x = 60 + 60\,x$

logo: $x = 60/3540$ horas

ou $x = (60 \times 60)/3540$ min = 1 min 1/59 ou 1 min e 1,0169 seg

O primeiro encontro do ponteiro dos minutos com o dos segundos dá-se, pois 1 min 1/59 depois do meio-dia.

E fácil ver que o segundo encontro se dá 2 min 2/59 depois do meio-dia, e assim por diante.

c) O ponteiro dos segundos dá a volta do mostrador em 1 minuto, o dos minutos, em 60 minutos, e o das horas em 12 horas ou $12 \times 60 = 720$ minutos.

A partir do meio-dia, pois, o próximo encontro dos três ponteiros se dará depois de um número exato de vezes 1 min, de um número exato de vezes 60 minutos e de um número exato de vezes 720 minutos. Como o m.m.c. de 1, 60 e 720 é 720, o próximo encontro se dará depois de 720 minutos ou 12 horas. Logo, os três ponteiros só se encontram às 12 horas.

Vejamos agora os números de encontros do meio-dia à meia-noite.

2º - a) O ponteiro das horas e o dos segundos, a partir do meio-dia, encontram-se cada vez que passam 60/3595 horas. Em 12 horas, haverá, pois: $12 \div 60/3595 = 12 \times 3595/60 = 719$ encontros.

b) De modo idêntico, mostra-se que haverá
$12 \div 60/3540 = 708$ encontros do ponteiro dos minutos com o dos segundos.

c) E evidente, pelo que vimos acima, que só haverá 1 encontro dos três ponteiros.

Resp: O ponteiro dos segundos e o das horas encontram-se a 1 min 1/719 depois do meio dia

- O dos minutos e segundos a 1 min 1/59 depois do meio dia
- Os três ponteiros encontram-se à meia noite
- Haverá 719 encontros dos ponteiros das horas e segundos
- Haverá 708 encontros dos segundos e minutos
- Haverá um encontro dos três até meia noite

19 -Entre 2 encontros sucessivos, o ponteiro dos minutos percorre 60 divisões a mais que o das horas. Por hora, o ponteiro dos minutos percorre 60 divisões e o das horas somente 5; o 1º percorre pois 55 divisões a mais por hora. Para percorrer 60 divisões a mais o ponteiro dos minutos gasta: $60 \times 60/55 = 65\ 5/11$ min

O movimento dos ponteiros sendo uniforme, o tempo necessário para os sucessivos encontros é 65 min 5/11 ou 1 h 5 min 5/11.

Os 3 primeiros encontros terão lugar a

1 h 5 min 5/11.

2 h 10 min 10/11

3 h 16 min 4/11

20 - Enquanto o maior ponteiro percorre as 60 divisões do mostrador, o menor só percorre 5, o que indica velocidade 12 vezes maior para o ponteiro dos minutos.

Sendo meio dia, quando o ponteiro dos minutos voltar a mesma posição inicial, o ponteiro menor estará sobre 1 h; o encontro dar-se-á, pois,

entre 1 e 2 horas na divisão x a começar de 1 hora. As divisões percorridas desde o meio dia pelos 2 ponteiros até o encontro são :
$60 + 5 + x$, para o maior e $5 + x$ para o menor.
Além disso, sabendo que o ponteiro menor desenvolve velocidade 12 vezes menor, temos :
$60+5+x = 12(5+x)$
logo $x = 5/11$
Cada divisão correspondendo a um minuto, o tempo procurado é :
$60 + 5 + x$ minutos ou 1h 5 min 5/11.
Entre dois encontros consecutivos decorre sempre o mesmo tempo; logo, os encontros sucessivos dão-se a:

1º	1 h 5min 5/11	7º	7 h 38 min 2/11
2º	2 h 10 min 10/11	8º	8 h 43 min 7/11
3º	3 h 16 min 4/11	9º	9 h 49 min 1/11
4º	4 h 21 min 9/11	10º	10 h 54 min 6/11
5º	5 h 27 min 3/11	11º	12 h
6º	6 h 32 min 8/11		

21 - 1º) O ponteiro dos segundos deve percorrer 60 divisões a mais que o das horas. Enquanto o ponteiro dos segundos percorre 60 divisões, o das horas percorre 5/60 ou 1/12 de divisão.
Num minuto o ponteiro dos segundos percorre a mais
60—1/12=59 11/12 de divisão.

Para o novo encontro, será preciso
(1 × 60) ÷ (59 11/12) = 1 min 1/719

2º) O ponteiro dos segundos percorre 60 divisões, enquanto o dos minutos percorre 1. Num minuto, o ponteiro dos segundos percorre
60—1 = 59 divisões a mais.
Para ganhar 60 divisões e dar-se um novo encontro, será preciso
(1 × 60) ÷ 59 = 1 min 1/59

3º. No 1º caso e em 5 horas, haverá
60 ÷ (1 1/179) × 5 = 299 7/12 encontros

No 2º caso e em 5 horas, haverá
(60 ÷ 1 1/59) × 5 = 295 encontros.

22 - Solução. O mostrador está dividido em 60 partes iguais. Enquanto o ponteiro dos minutos percorre 60 partes, o das horas percorre 5; portanto, a distância entre o ponteiro dos minutos e o das horas diminui de 55 partes por hora. Para diminuir de uma parte; o tempo necessário é 1/55 da hora; para diminuir de 60 partes, o tempo necessário será 60/55 da hora, isto é, 1h 5m 27 3/11 s.
R. 13h 5m 27 3/11s.

23 (V. exercido Nº 20)
R. 15h 16m 21 9/11s.

24 - (V. exercido Nº 20)

O nono encontro dá-se ás

1 h 5 min 5/11 × 9 = 9 h 49 min 1/11.

25 - (V. exercido Nº 20)

O tempo procurado é

5 min 5/11 × 8 = 43 min 7/11

26 - (V. exercido N.° 20)

O encontro dar-se-á a

(1 h 5 min 5/11) × 4 = 4 h 21 min 9/11.

27 - (V. exercido N.° 20)

Do meio dia ao 7º encontro decorre tempo igual a 7 vezes 1h 5 min 5/11

O 7º encontro dar-se-á, pois, a

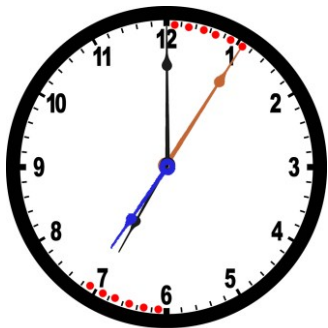
7 h 38 min 2/11.

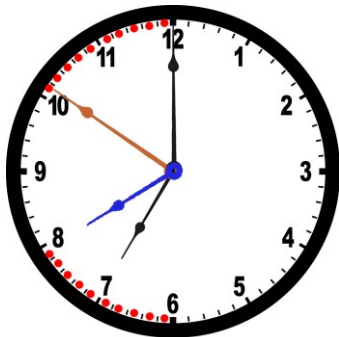
28 - As 7 h, a distância entre os 2 ponteiros é de 35 divisões do mostrador. Há duas soluções.

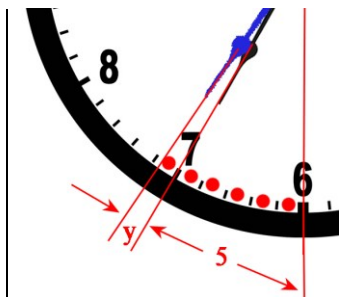
1ª) Quando os 2 ponteiros estiverem em linha reta, distando então de 30 divisões, dar-se-á uma solução ; será pouco depois das 7 h. O grande ponteiro deve pois ganhar sobre o pequeno :

35—30 = 5 divisões.

Para isto, levará:

$60 \times 5 / 55 = 5\ 5/11$ min

A hora pedida é : 7 h 5 min 27, 2 seg

2ª) Dá-se um segundo caso, um pouco antes das 8 h, quando o grande ponteiro não tiver mais a percorrer antes das 12 h senão o mesmo número de divisões que separam o pequeno ponteiro do ponto 6. Então, o arco percorrido pelo pequeno ponteiro, acrescentado ao que percorreu o grande, dará um total de 55 divisões.

O grande ponteiro marcará: $55 \times 12/13 = 50\ 10/13$ min. O relógio marcará : 7 h 50 10/13 min.

Solução Algébrica

1 º caso: Como o ponteiro dos minutos é 12 vezes mais veloz que o das horas, então, seja x o deslocamento do ponteiro dos minutos e y o deslocamento do ponteiro das horas. Temos:

1 pos p. h → 12 p min
y pos p h → x p min

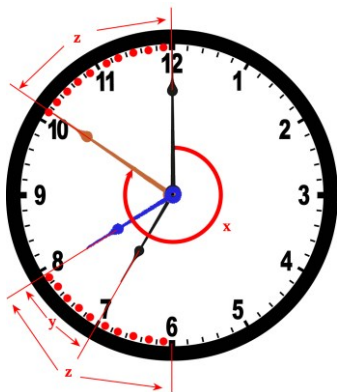
$x = 12y$ (1)

Como um ponteiro está no prolongamento do outro, então o afastamento do ponto 6 é igual ao do ponto 12

Ou seja $x = 5 + y$ Então: $12y = 5 + y$ ou $11y = 5$

$y =$ 5/11 ou 0,454 ou 27, 27 seg

O deslocamento será x= 5,045 ou 5 min e 27,27 s. A hora marcada será 7 h 5 min 27,27 s

2º Caso

Pela figura temos:

$z = 60 - x$ ou $x = 60 - z$ (1)

$z = y + 5$ (2)

(1) e (2)

$x = 60 - y - 5$ ou $x = 55 - y$ (3)

Como o ponteiro dos minutos é 12 vezes mais veloz que o das horas, então, seja x o deslocamento do ponteiro dos minutos e y o deslocamento do ponteiro das horas. Temos:

1 pos p. h ➔ 12 p min

y pos p h ➔ x p min

$12y = x$ Subst. (3):

$12y = 55 - y$

$13y = 55 \rightarrow y = 55/13$ ou 4,583

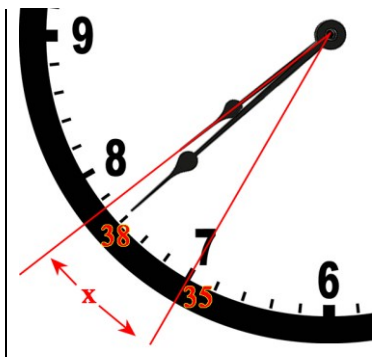
em (3)

$x = 55 - y$ ou $x = 55 - 4{,}583 \rightarrow 50{,}416$

$0{,}416 \times 60 = 25{,}2$

Então o ponteiro dos minutos andou 50,416 posições, estando o relógio marcando 7 horas, 50 minutos e 25,2 seg

29 - Às 7h 38 o ponteiro menor está na divisão:

$7 \times 5 + 5 \times 38/60 = 38\ 1/6$

Solução Algébrica

As 7 horas o ponteiro dos minutos estava na divisão 0 (12) e o das horas na divisão 35. Quando o ponteiro dos minutos estiver na posição 38 o ponteiro das horas terá se movido da posição 35 para a posição x. Como o ponteiro dos minutos é 12 vezes mais veloz que o das horas, então:

1 pos p. h ➔ 12 p min

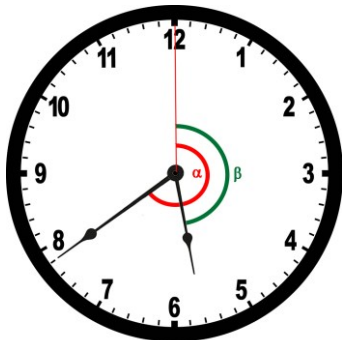
x pos p h ➔ 38 p min

$12\ x = 38$

$x = 38/12 \rightarrow 3,17$ posições

Então o ponteiro das horas estará na posição:

35 + 3,17 ou seja 38,17

30 -Este ângulo é a diferença dos ângulos formados pelos dois ponteiros com a linha reta que une o centro do mostrador ao ponto meio dia.

Ou seja $\alpha - \beta$

O grande ponteiro, com o meio-dia, faz um ângulo de

$360 \times 39/60 = 234°$.

As 5 h exatas, o ponteiro menor fazia, com o meio-dia, um ângulo de

$360 \times 5/12 = 150^o$

Durante os 39 min percorreu um arco de $234 \div 12 = 19°30'$.

Faz pois com o meio dia um ângulo de $150^o + 19^o30' = 169°30'$.

Os 2 ponteiros formam um ângulo de $234^O - 169^o30' = 64°30'$.

Solução Algébrica

O ângulo pedido é $\alpha - \beta$

Lembrar que cada posição dos minutos está num ângulo de 6^o e cada posição das horas está em um ângulo de 30^o. O ponteiro dos minutos aponta para a posição 39.

Como o ponteiro dos minutos é 12 vezes mais veloz que o das horas, então, seja x o espaço que se deslocou o ponteiro das horas, depois das 5 horas:

1 pos p. h ➜ 12 p min

x pos p h ➜ 39 p min x = 39/12

Como cada posição vale 6°, então esse deslocamento é de

$39/12 \times 6^{o} = 19{,}5$ ou $19^{o}\ 30'$

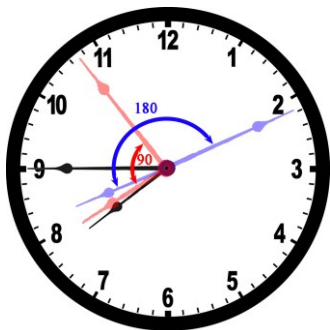
Ate às 5 horas o ângulo era $30^{o} \times 5 = 150^{o}$

$\beta = 150^{o} + 19^{o}\ 30' \longrightarrow 169^{o}\ 30'$

Na posição 39 o ângulo era $\alpha = 39 \times 6^{o} \longrightarrow 234^{o}$

$\alpha - \beta = 234^{o} - 169^{o}30' \longrightarrow 64°30'$.

31 - O grande ponteiro faz com o meio dia um ângulo de:

$360 \times 45/60 = 270°$.

E o menor (Ex. 30) faz com o meio dia um ângulo de

$360 \times 7/12 + 270/12 = 232^{o}30'$

Fazem juntos um ângulo de

$270^{o} - 232^{o}\ 30' = 37°30'$.

Numa hora, o grande ponteiro percorre 360^{o}.

Numa hora, o ponteiro menor percorre

$360 \div 12 = 30^{o}$.

O grande ponteiro, se adianta pois (numa hora) de 360—30 = 330°.
Quando formarem um ângulo reto, o ângulo valerá 90°.
O grande ponteiro deve adiantar-se: $90° — 37°30' = 52°30'$
1°) Os ponteiros estarão em ângulo reto daqui a
$60 \times 52°30' \div 330^{o} = 9$ min $32\ 8/11$ s
Quando estiverem em linha reta, o ângulo valerá 180°.
O grande ponteiro deve adiantar-se: $180^{o} - 37^{o}30' = 142^{o}30'$.

2º) Os ponteiros estarão no prolongamento um de outro daqui a
$60 \times 142^{o}30' \div 330^{o} = 25$ min $54\ 6/11$ s

Solução Algébrica

Como cada posição do mostrador ocupa 6^{o} quando o relógio marca 7 horas (posição 35), o ponteiro das horas faz um ângulo com o meio dia de: $35 \times 6^{o} = 210^{o}$ (1)
Da mesma forma, quando o relógio marca 7:45 o ponteiro dos minutos está na posição 45. Então: $45 \times 6^{o} = 270^{o}$
Como ele se move 12 vezes mais rápido que o das horas, para chegar em 270^{o} o ponteiro das horas, a partir das 7 horas se moveu:

1 pos p. h ➔ 12^{o}
x pos p h ➔ 270^{o}

$x = 270 \div 12 \rightarrow 22{,}5$ ou $22^{o}\ 30'$
Somando-se com (1)
$210^{o} + 22^{o}\ 30' = 232^{o}\ 30'$

Então os dois ponteiros fazem:

$270^o - 232^o\ 30' = 37°30'$ (2)

Para fazerem 90 faltam:

$90^o - 37°30' = 52°\ 30'$

O ponteiro dos minutos é 12 vezes mais veloz que o das horas, então, o ângulo percorrido entre os dois é 12 - 1 = 11 vezes o valor da posição ou do ângulo. Então, em uma hora, o ponteiro das horas se desloca

$360^o \div 12 = 30^o$

Em 30^o o deslocamento relativo dos ponteiros é: $30^o \times 11 = 330^o$

Então:

60' ➔ 330^o

x ' ➔ 52° 30' $x = 60 \times 52°30' \div 330^o \rightarrow 9'\ 32{,}72''$

2º Caso:

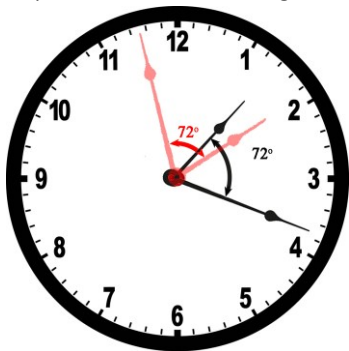
Ponteiros no prolongamento fazem 180^o

Então para fazerem 180^o faltam (2): $180^o - 37^o30' = 142^o30'$

Como no caso anterior temos:

60' ➔ 330^o

x ' ➔ 142° 30' $x = 60 \times 142°30' \div 330^o \rightarrow 25'\ 54{,}54''$

32 - A 1 h, o grande ponteiro estando sobre 12h e o menor sobre 1h, os ponteiros formam um ângulo de $360 \times 5/60 = 30$ graus.

1º O grande ponteiro deverá adiantar-se de

30+72= 102 graus. E para esse adiantamento, levará (Ex. 30)

$60 \times 102 \div 330 = 18\ 6/11$ min.

Há de ser então

1 h +18 6/11 min = 1 h 18 6/11 min.

2° Quando os ponteiros formarem um ângulo de 72°, este ângulo compreenderá o ponto de meio dia e os dois ponteiros estarão separados por dois arcos, um de 72° e o outro de 360—72 = 288°.

O grande ponteiro deverá adiantar-se de $30+288= 318^{o}$.

$60 \times 318° \div 330^{o} = 57$ min 9/11 s

Hora: 1 h 57 min 9/11 s

33 - 1º) Desde o ponto XII o grande ponteiro descreveu um arco de

$360^{o} \times 23 \div 60 = 138^{o}$

O pequeno ponteiro descreveu um arco 12 vezes menor :

$138 \div 12 = 11°30'$.

O ângulo dos 2 ponteiros é, pois: $138° — 11°30' = 126^{o}30'$.

2º) As 7 h 8 min 12 s, o grande ponteiro descreveu

$360^o \times 8$ min 12 s $\div$ 60 min = 49^o 1/5 de grau.

Em 8 min 12 s, o pequeno ponteiro descreveu :

49^o 1/5 ÷ 12 = 4° 1/10 de grau

Desde o ponto XII, o pequeno ponteiro descreveu:

360° × 7/12 + 4^o 1/10 = 214° 1/10.

O ângulo dos 2 ponteiros é de

214^o 1/10 - 49° 1/5 = 164^o 54'

34 - O intervalo entre duas oposições consecutivas dos ponteiros sendo de 1 h 5 min 5/11, e os dois ponteiros estando em oposição às 6 horas, o prolongamento procurado deu-se a 6 horas menos

1 h 5 min 5/11 ou a 4 h 54 min 6/11.

Resp. São 4 h 54 min 6/11.

35 - Para os ponteiros se acharem no prolongamento um do outro, é preciso que o ponteiro maior percorra 55 divisões a mais que o menor. Ora, o ponteiro maior em 60 min percorre exatamente 55 divisões a mais que o menor (Ex. 19)

O caso, pois, terá solução às 5 + 1 = 6 horas.

36 - Para os ponteiros se acharem no prolongamento um do outro, é preciso que o maior percorra 15 divisões a mais que o menor. Ora, o

ponteiro maior percorre 55 divisões a mais em 60 min. Para ganhar 15 divisões o ponteiro maior levará $60 \times 15 \div 55 = 16$ min 4/11
Dar-se-á a solução do presente caso às
9 h 16 min 4/11 ou 9h 16 min 21,81 seg

37 - 1º) seja x esse tempo. O maior ponteiro terá percorrido x divisões e o menor x—5. Tem-se, pois, a equação :
$x = 12\ (x—5)$ que dá.
x = 5 5/11 min.

2º) Seja x o arco percorrido pelo ponteiro maior. O arco que o separa de meio dia será 60—x. O arco que separa a agulha menor de 6 h será 5 divisões mais o espaço que ela percorrer ou $x/12$. Como os dois arcos são iguais tem-se a equação : $60 - x = 5 + x/12$ que dá
x = 50 10/13 min

38 - Para que houvesse angulo reto, o maior ponteiro deveria estar na 15ª divisão e o menor na divisão 0; logo, o maior ponteiro tem um atraso de 15 divisões que deve ganhar.
Seja x o número de divisões que o menor ponteiro percorrerá para realizar o problema; o maior anda 12 vezes mais depressa e percorrerá $12x$ divisões e teremos a equação :
$12x — x = 15$
logo :

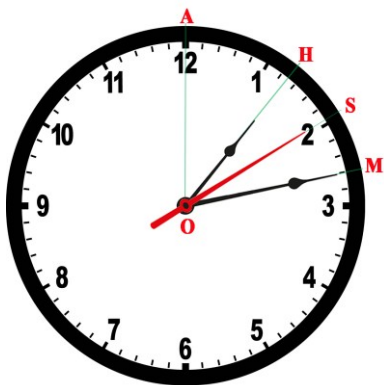
x = 1 4/11

O caminho percorrido pelo ponteiro dos minutos será : 12x ou

12 × 15/11 = 16 4/11;

indica quantos minutos decorrerão depois de 12 horas.

Resp. Os ponteiros farão um angulo reto às 12 horas 16 min 4/11

39 - Solução. — Supondo que o fato pedido se dê na 1ª vez depois de x horas, e quando os ponteiros ocupam as posições OH, OS, OM;

o ponteiro das horas terá percorrido 5x divisões (Ex. 19) o dos minutos, 60x divisões, e os dos segundos, 3600x.

Para tomar a posição OS o ponteiro dos segundos teve que percorrer as 60 divisões do quadrante e mais o arco AS; eis o cálculo deste arco AS:

AS = AH + HM/2 = AH + (AM-AH)/2 =

5x + (60x-5x) ÷ 2 = 5x + 55x/2

podemos escrever a equação: 3600x = 60+5x + 55x/2

logo x = 120/7135 de hora ou 1 hora 13/1427

Determinamos a que horas o fato pedido terá lugar uma 2ª. vez. O ponteiro dos segundos passa uma segunda vez no meio do arco HM deslocado, mas depois de ter dado de novo a volta do mostrador. A equação é, pois, esta vez: $3600x = 120+5x + 55x/2$

logo: $x = 26/1427$

Vê-se por aí que é o dobro do 1º tempo.

Para 3ª vez seria o triplo do 1º tempo.

R. 1 min 13/1427 para a 1ª posição pedida.

40 - Em 60 minutos, o ponteiro maior percorre

60 + 2 1/2 = 62 divisões 1/2.

Quando ele percorrer 1 h 5 min 5/11 (tempo necessário para os sucessivos encontros — Ex. 19) o tempo exato decorrido será

$(60 \times 65\ 5/11) \div (62\ 1/2) =$

1 h 2 min 46/55

41 - O atraso por hora é 2 2/5 ÷ 24 = 1/10 min.

Em 60 min o ponteiro maior marca 60 - 1/10 = 59 min 1/10

Haverá novo encontro, quando o ponteiro maior tiver percorrido

1 h 5min 5/11

Neste caso, o ponteiro maior levará:

$(60 \times 60\ 5/11) \div (59\ 1/10) =$ 66 min 2934/6501

ou 1 hora 6 min 2934/6501

42 - Por minuto a roda faz

[60 $\times$ (60 $\times$ 12+13)+15] ÷ (60 $\times$ 60) = 43995/3600 de grau.

Para dar uma volta leva

360 ÷ 43995 ÷ 3600 = 29 min 27,47 s

Solução Algébrica

Transformando 12° 13’ 15” em segundos:

12^{o} x 60 = 720’

720’ + 13’ = 733’

733’ $\times$ 60 = 43980”

4398” + 16” = 43995”

A circunferência tem 360^{o}. Transformando isso em segundos dá:

360^{o} $\times$ 60 = 21600’

21600’ $\times$ 60 = 1296000”

Seja x o tempo pedido. Então

1 min ➜ 43995”

x min ➜ 1296000”

x = 1296000/43995 $\longrightarrow$ 29,45’ ou 29’ 27,47”

43 - Em uma hora, os 2 móveis percorrem os 12/12 + 1/12 = 13/12 da circunferência. O 1º encontro se dará no fim de:

(60 $\times$ 12) ÷ 13 = 55 min 5/13

Solução Algébrica

Seja x a hora do encontro e y o espaço percorrido pelo móvel A e ($360 - y$) o espaço percorrido pelo móvel B.

O móvel A tem a velocidade de

$360^o \div 12 = 30^o$ por hora

O móvel B tem a velocidade de:

$360^o \div 1 = 360^o$ por hora

Quando o móvel A se encontrar com o B ele terá percorrido em x horas:

$y = 30x$ (1)

E o B terá percorrido em x horas:

$360 - y = 360\,x$ (2)

Substituindo (1) em (2)

$360 - 30\,x = 360x$

$390\,x = 360$

$x = 360/390 \rightarrow$ 0,923076 horas ou 55,384 ou 55 min 23,07 seg

44 - 1º Caso. — Os móveis caminham no mesmo sentido. Neste caso, A percorrerá a circunferência uma vez a mais do que B.

Em um dia, A percorre

1 ÷ 3 3/4 = 4/15 da circunferência.

Em um dia, B percorre

1 ÷ 4 4/5 = 5/24 da circunferência.

Em um dia, A ganha sobre B

4/15 - 5/24 = 7/120 da circunferência.

Tempo levado até o encontro: 120 ÷ 7 = 17 dias 1/7.

2.° Caso. — Os móveis caminham em sentido contrário.

Em um dia, ficam percorridos 4/15 + 5/24 = 19/40 da circunferência.

Tempo levado até o encontro :

40 ÷ 19 = 2 dias 2/19

45 - 1º) O 1º móvel percorre num dia

360 ÷ 45 5/24 = 7° 57’ 47”.

O 2º móvel percorre num dia

360° + 27 6/24 = 13° 12’ 39”

2º)

1 - Os dois móveis vão no mesmo sentido. Em 1 dia, o 2º móvel ganha sobre o 1º 1 ÷ (27 6/24) - 1 ÷ (45 5/24) = 1724/118265 de volta

Para ganhar uma volta, hão de decorrer

118265 ÷ 1724 = 68 d 14 h 22 min 50 s.

2 - Os dois móveis vão em sentido contrário. Em 1 dia, os 2 móveis se avizinham de 1 ÷ (27 6/24) + 1 ÷ (45 5/24) = 6956/118265 de volta

Para se encontrarem, hão de levar

118265 ÷ 6956 = 17 d 2 min 41 s.

46 - Os móveis estando separados por 2 arcos, há dois casos :

1º) O móvel B segue o arco dado 183°45'.

2º) O móvel B segue o arco 360°—183°45' = 176°15'.

O móvel A percorre em 1h: 24° ÷ 1 h 12 min = 20°.

O móvel B percorre em 1 h: 40° ÷ 1 h 20 min = 30°.

1º Caso : os móveis têm mesmo sentido.

Em 1 h B ganha sobre A: 30°—20°=10°.

No sentido do grande arco, o encontro dar-se-á em :

183° 45'÷ 10 = 18 h 22 min 30 s.

No sentido do menor arco, o encontro dar-se-á em :

176° 15' ÷ 10 = 17 h 37 min 30 s.

2º Caso : Os móveis têm sentido contrário.

Em 1 h aproximam-se um do outro de: 20°+30° = 50°.

No sentido do maior arco, o encontro dar-se-á em :

183° 45' ÷ 50° = 3 h 40 min 30 s.

No sentido do menor arco, o encontro dar-se-á em:

176° 15' ÷ 50° = 3 h 31 min 30 s.

47 - Solução

O valor do arco de 3° 45' 18", percorrido numa hora é de
13518 ÷ 3600 de grau.

O tempo 7 h 40 m 15 s vale 27615/3600 de hora

1ª) O móvel há de percorrer

$13518/3600 \times 27615/3600 = 28^{o}\ 48'\ 14{,}4''$

2ª) O móvel gastará
360 ÷ 13518/3600 = 95 h 52 min 19,8 s

48 - Solução

O resto do ano de 1783 vale 14 + 30 + 31 = 75 dias.
De 1856, já passaram 31+29 + 3 = 63 dias.
De 1784 a 1856, são 1856—1784 = 72 anos.
Nesses 72 anos, há 72 ÷ 4 = 18 anos bissextos
Não sendo bissexto o ano de 1800, ficam 18 — 1 = 17 anos bissextos.
Entre as datas indicadas, há 75 + 63 + 366 × 17 + 365 × 55 = 26.435 dias.
O número de horas desse tempo é de 26435 × 24 = 634440 horas.
Nos dias 17 de outubro e 4 de março, decorreram 12—8 + 5 = 9 horas.
O número total de horas é de 634 440 + 9 = 634 449 horas.
Este tempo, reduzido a minutos, é de 634449 × 60 = 38 066 940 min.
Nos dias 17 de outubro e 4 de março decorreram 35 + 8=43 min.
Resp: O número total de minutos é de 38.066.940 + 43 = 38.066.983

49 - Solução

Anos decorridos entre as duas datas : 1875—1847 = 38 anos.
Anos bissextos neste intervalo de tempo: 38 ÷ 4 = 9
Cada ano ordinário compreende 52 semanas mais 1 dia.
Os 38 anos compreendem um número exato de semanas mais
38 + 9 ou 47 dias.
Estes 47 dias fazem um número exato de semanas mais 5 dias.
O dia pedido foi, pois, em 1837, 5 dias antes da 4ª feira, isto é 6ª feira

50 - Solução

Tempo correspondente a 18 pancadas:

$60 \times 9 \times 18 / 4860 = 2$

Resp: A distância é de $3\ 2/5 \times 2 = 6{,}8$ hm ou seja 680 metros.

Solução Algébrica

9 min $\longrightarrow$ $9 \times 60 =$ 540 seg

Seja x o tempo

540 seg ➔ 4860 panc

x seg ➔ 18 panc

$x = 540 \times 18 \div 4860 \longrightarrow x = 2$ seg

Dist: $2 \times 17/5 = 34/5 = 6{,}8$ hm ou 680 m

CAPÍTULO III

Idades, celebração, etc

1 - Solução. Os 15 anos do moço igualam 1 1/4 ou os 5/4 da idade de seu irmão. A idade de seu irmão é pois de: $15 \div 5/4 = 12$ anos.

2 - Solução. Seja z a idade do filho hoje; a do pai é $3x$.

Segundo o enunciado, podemos escrever a equação:

$3x - 12 = 6(x - 12)$

logo: $x = 20$ anos.

3 - O tempo procurado deve ser um múltiplo dos números 14, 18 e 24.

O tempo mais próximo será o número de anos que for o m.m.c. destes números. Ora $14 = 2 \times 7$; $18 = 2 \times 3^2$; $24 = 2^3 \times 3$

R. O número de anos é igual a $2^3 \times 3^2 \times 7 = 304$.

4 - O número de dias que se procura é o m.m.c. dos números 12, 15 e 25.

O número de dias é $2^2 \times 3 \times 5^2 = 300$.

5 - Seja a a idade do mais velho.

Temos $(a+18)(a-18)$ = > $a^2 - 18^2 = 460$.

Desta Igualdade se tira: $a = \sqrt{460+18^2} = 28$.

A idade do mais velho é 28 anos.

6 - Seja x a idade do filho e $3x$ a do pai.

Há 10 anos o filho tinha $x-10$ e o pai, $3x-10$.

A equação é, pois, $3x-10=7(x-10)$ e dá $x = 15$.

O filho tem 15 anos e o pai, $3 \times 15 = 45$ anos.

7 - Representando por x a idade, temos a equação :

$2x + x/2 + 2x/5 + 3x/10 + 40 = 200$

$x = 50$

8 - Passados 3 anos 1/3, minha idade x será :

$x + x/6 = 7x/6$

logo a equação : $x + 3\,1/3 = 7x/6$

$x =$ 20 anos.

9 - Sejam x e $5x$ as idades respectivas. Daqui a 6 anos, serão $x+6$ e $5x+6$. Teremos então :

$5x+6=3(x+6)$.

O pai tem 30 anos ; o filho, 6 anos.

10 - Sejam x e y as duas idades, temos as duas equações:

$x^2/y=3$

$y^2/x=24$

A 1ª dá $y=x^2/3$

e a 2ª vem a ser : $x^2/9x=24$

logo: $x^2=216$ e $x=6$.

Logo :

$y=x^2/3 \rightarrow 36/3=12$

Resp. As idades são 6 anos e 12 anos.

11 - ***Solução por L Vallejo***

Sejam x, y, w, z as idades respectivas de Pedro, Paulo, Luis e José

Equação

$x+y+w+z=61$

Então

$4x/5=2y/3 \rightarrow y=6x/5$

$3y/4=w/2 \rightarrow 18x/20=w/2 \rightarrow w=9x/5$

$5w/6=5z/7 \rightarrow 9x/6=5z/7 \rightarrow z=21x/10$

$x+6x/5+9x/5+21x/10=61$

$61x=610$

$x=10$

y = 12

w = 18

z = 21

12 - Seja x esta idade, temos a equação

$x^2 — 12x = 85$

da qual só convém ao problema a raiz positiva 17.

Resp. 17 anos.

13 - Sejam x a minha idade e y a do Sr. atualmente; a diferença $x—y$ permanece constante.

Quando eu tinha a sua idade, a Sr. tinha:

$y—(x—y) = 2y—x$,

e ambos tínhamos :

$y+(2y—x)=10$ (1)

Quando o Sr. tiver a minha idade, terei:

$x+(x—y) = 2x—y$,

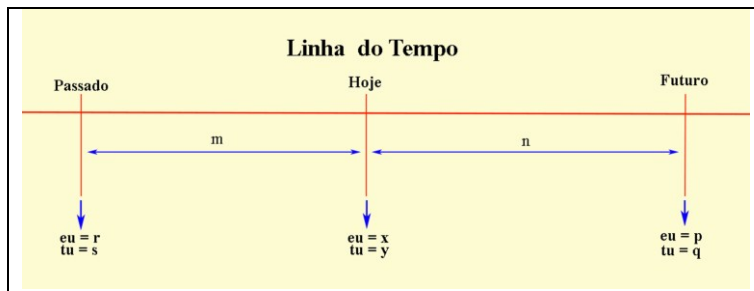
e juntos teremos : $x+2x—y=50$ (2)

Resolvendo (1) e (2), vem :

x=20 e y=10.

Resp. Tenho 20 anos e o Sr. tem 10 anos.

14 - Soluções por Luis VC Vallejo

Primeira Solução:

r a minha idade no passado	s a tua idade no passado
x a minha idade hoje	y a tua idade hoje
p a minha idade no futuro	q a tua idade no futuro

Hoje, a minha idade é igual à que eu tinha no passado, mais o lapso de tempo ***m***. Igualmente para ti. Então:..⇨

$$x = r + m$$
$$y = s + m$$

Quando eu tinha a idade que tu tens hoje. Então: ⇨

$$r = y$$

No futuro, a minha idade será a de hoje mais o lapso de tempo ***n***. Idem para ti. Então:.........⇨

$$p = x + n$$
$$q = y + n$$

Ainda no futuro, teremos juntos 49 anos.
Então: ....⇨ $p + q = 49$

Mas, nessa época, tua idade será a que eu tenho hoje. Então:...⇨ $q = x$

Equações:

$$x = r + m \quad (1)$$
$$y = s + m \quad (2)$$
$$p = x + n \quad (3)$$
$$q = y + n \quad (4)$$

$$x = 3s$$
$$r = y$$
$$p + q = 49$$
$$q = x$$

Queremos x e y. Portanto, devemos isolar essas incógnitas nas equações.

Duas maneiras de resolver.

Primeira:

Das equações encontradas:

$x = r + m$ ⇨ $m = x - r$

$y = s + m$ ⇨ $m = y - s$

$x = 3s$ ⇨ $s = \dfrac{x}{3}$

$r = y$

$p = x + n$ ⇨ $n = p - x$

$q = y + n$ ⇨ $n = q - y$

$p + q = 49$

$q = x$

Então:

$$x - r = y - s \;\Rightarrow\; x - y = y - \frac{x}{3}$$

Logo:

$$x + \frac{x}{3} = 2y \;\Rightarrow\; \frac{4x}{3} = 2y \;\Rightarrow\; x = \frac{3y}{2} \quad (5)$$

$p + q = 49$ subst. $\Rightarrow$ $p + x = 49$

logo: $p = 49 - x$

$p - x = q - y$ subst. $\Rightarrow$ $(49 - x) - x = x - y$

Desenvolvendo:

$$(49 - x) - x = x - y \;\Rightarrow\; 49 - 2x = x - y$$

$$3x = 49 + y \;\Rightarrow\; x = \frac{49 + y}{3} \quad (6)$$

Comparando (5) com (6)

$$\frac{3y}{2} = \frac{49 + y}{3} \;\Rightarrow\; 9y = 98 + 2y$$

$$7y = 98 \;\Rightarrow\; y = 14$$

Substituindo em (5)

$$x = \frac{3y}{2} \rightarrow x = \frac{3 \times 14}{2} \rightarrow x = 21$$

Resposta: eu tenho 21 e tu tens 14 anos.

Segunda maneira de resolver:

Utilizando-se das equações (1), (2), (3) e (4)

Eliminando m e n por adição:

$x - y = (r + m) - (s + m)$

$x - y = r - s$ (5)

$p - q = (x + n) - (y + n)$

$p - q = x - y$ (6)

Mas:

$x = 3s$ $s = x/3$ e $r = y$

Substituindo em (5)

$x - y = y - x/3$

$2y = x + x/3$

$\mathbf{x = 3y/2}$ (7)

Da mesma forma:

$q = x$

$p + q = 49$

Substituindo

$p + x = 49$

$p = 49 - x$

Substituindo em (6)

$x - y = (49 - x) - x$

$x - y = 49 - 2x$

$3x = 49 + y$

$\mathbf{x = (49 + y)/3}$ (8)

(7) = (8)

$3y/2 = (49 + y)/3$

$9y = 98 + 2y$

$7y = 98$

$\mathbf{y = 14}$

Substituindo em (7)

$x = 3 \times 14/2$

$\mathbf{x = 21}$

Resp: 21 e 14 anos

Segunda Solução:

Por Luis VC Vallejo

Observando que a diferença de idades entre duas pessoas sempre é constante, temos:

Seja z a diferença entre nossas idades.

Então:

$z = x-y$ (1)

$z = r-s$ (2)

$z = p-q$ (3)

(1) = (2) $\longrightarrow$ $x-y = r-s$ (4)

(1) = (3) $\longrightarrow$ $x-y = p-q$ (5)

Mas:

$x=3s$ $s= x/3$ e $r=y$

Substituindo em (4)

$x-y = y - x/3$

$2y = x + x/3$

$x = 3y/2$ (6)

Da mesma forma:

$q=x$

$p+q=49$

Substituindo

$p + x = 49$

$p = 49 - x$

Substituindo em (5)

$x - y = (49-x)-x$

$x - y = 49 - 2x$

$3x = 49+y$

$x = (49+y)/3$ (7)

(6) = (7)

$3y/2 = (49+y)/3$

$9y = 98 + 2y$

$7y = 98$

$y = 14$

Substituindo em (6)

$x = 3 \times 14/2$

$x = 21$

Resp: 21 e 14 anos

15 - Solução idêntica à anterior

Seja z a diferença entre nossas idades.

Então

$z = x-y$ (1)

$z =$ r-s (2)

$z =$ p-q (3)

(1) = (2) → $x-y =$ r-s (4)

(1) = (3) → $x-y =$ p-q (5)

Mas:

$r = y$

$x = 3s + s/2 \quad s = 2x/7$

Substituindo em (4)

$x - y = y - 2x/7$

$7x - 7y = 7y - 2x$

$9x = 14y$

$\mathbf{x = 14y/9}$ (6)

Da mesma forma:

$q = 3y$

$p + q = 118$

$p + 3y = 118$

$p = 118 - 3y$

Substituindo em (5)

$x - y = 118 - 3y - 3y$

$x - y = 118 - 6y$

$\mathbf{x = 118 - 5y}$ (7)

(6) = (7)

$14y/9 = 118 - 5y$

$14y = 9 \times 118 - 45y$

$59y = 9 \times 118$

$y = 9 \times 118/59$

$\mathbf{y = 18}$

Substituindo em (6)

$x = 14 \times 18/9$

$\mathbf{x = 28}$

Resp: 28 e 18 anos

CAPÍTULO IV

Barril, Vinho, Água, Misturas, etc.

1 - Solução.

São precisos: 7/9 × 485 = 377 litros 2/9 ou 377,23 litros

2 - Solução

A fração das 2 primeiras vendas é de:

2/5 +3/8 = 31/40 da barrica.

A fração do resto é os:

40/40—31/40 = 9/40 da barrica.

A 3ª venda foi de:

367,2 ÷ 6,8 = 54 litros.

Os 9/40 da barrica tinham 54 litros.

A barrica continha:

54÷ 9/40 = 54 × 40 ÷9 = 240 litros.

Os 2/5 da barrica tinham:

240 × 2/5 = 96 litros,

e foram vendidos por:

7,2 × 96 = 691,20.

Os 3/8 da barrica tinham:

240 × 3/8 = 90 litros e foram vendidos por: 7 × 90 =63.

A venda total produziu:

691,2 + 63 + 367,2 = 1688,40.

O lucro total foi de:

1688,4—1450 = 238,40

O lucro por $100 foi de:

238,4 × 100 ÷ 1450 = 16,44.

A capacidade da barrica era de:

R. 240 litros.

Solução Algébrica

Seja x o volume da barrica e y o volume do resto

Então:

$x = 2x/5 + 3x/8 + y$ (1)

Porém a venda do resto foi 367,20 a 6,8 o litro. Então:

$y \times 6,8 = 367,20$

$y = 367,2/6,8$

$y = 54$ litros

Em (1)

$x = 2x/5 + 3x/8 + 54$

$40x = 31x + 2160$

$9x = 2160$

$x = 240$

Achando o valor da barrica:

2/5 de 240 a 7,2 =

$96 \times 7,2 = 691,20$ (2)

3/8 de 240 a 7,00

$90 \times 7,00 = 630,00$ (3)

Somando (2) + (3):

691,20+630,00+ 367,20 = 1688,40

O lucro:

1688,40 - 1450,00 = 238,40

A porcentagem de lucro:

1450 ➔ 100

238,4 ➔ z

$z = (238,4 \times 100) / 1450$

$z = 16,44$ %

3 - Solução

O proprietário tem ainda os 4/9 de sua produção, que valem 27856,00.

O valor de toda a produção é de: 27856 ÷ 4/9 = 62676,00

O proprietário produziu : 62676 ÷ 215 = 291,5162 hl de vinho;

Este vinho encheria: 29.151,62 ÷ 860 =

R. 33 barricas de 860 l, mais uma de 771 l; no total ,34 barricas,

Solução Algébrica

Seja x a quantidade de barricas, y a quantidade de litros que produziu, z o valor de sua produção e o preço do litro é 215/100 = 2,15

Então:

$z = (5/9)y \times 2,15 + 27856$

$z = 10,75y/9 + 27856$ (1)

$y = z/2,15$ ou $z = 2,15y$ (2)

Substituindo (2) em (1):

$2,15y = 10,75y/9 + 27856$

$19,35y - 10,75y = 250704$

$8,6y = 250704$

$y = 29151,62$ litros

Para encher barricas de 860 litros:

$x = 29151,62 \div 860$

$x = 33,897$ barricas

Então:

33,897 - 33 = 0,897

$0,897 \times 860 = 771,62$ litros

Resposta: Produziu 34 barricas de 860 litros, sendo 33 cheias e 1 com 771,6 litros

4 - Solução

O dono do hotel recebeu $2,28 \times 44 = 100,32$ hl de vinho.

A remessa é inferior de 110—100,32 = 9,68 hl

O litro de vinho custa: $7356,80 \div 968 = \$ 7,60$

A remessa realmente feita vale $7,6 \times 10032 = 76243,20$

O dono de hotel deverá pedir ainda $968 \div 228 = 4,245$ pipas

Solução Algébrica

Seja x o preço do litro de vinho e y o preço que era previsto. Então:

$y = 11000x$

O volume recebido foi:

$44 \times 228 = 10032$

o valor pago foi:

$10032x$

Então o que foi pago:

$y - 7356{,}8 = 10032x$

$11000x - 7356{,}8 = 10032x$

$968x = 7356{,}8$

$x = 7{,}6$

O que foi pago:

$10032 \times 7{,}6 = 76243{,}2$

O vinho que falta

11000 - 10032 = 968

Em barricas:

968 ÷ 228 = 4,245 pipas ou seja 5 pipas de 228 litros

 - Solução

Capacidade do 2º. tonel em função do primeiro:

$5/7 \times 13/11 = 65/77$

Diferença das duas capacidades : (77-65)/77 = 12/77 do 1º

Esta diferença representa 540 ÷ 7,5 = 72 litros

Capacidade do primeiro tonel: $(72 \times 77)/12 = 462$ l

Capacidade do segundo tonel: $(72 \times 65)/12 = 390$ l

Solução Algébrica

Seja x a capacidade de um tonel e y a capacidade do outro

O Valor do 1º é 7,5x e do 2º é 7,5y

Então:

$7{,}5\,x - 7{,}5y = 540$

$(x - y) = 540/7{,}5$

$x - y = 72$ (1)

Sabe-se:

$5/7\,x = 11/13\,y$

$65x = 77y$

$y = 65x/77$ (2)

Substituindo (2) em (1)

$x - 65x/77 = 72$

$77x - 65x = 72 \times 77$

$12x = 5544$

$x = 462$

Em (1)

$x - y = 72$

$y = 462 - 72$

$y = 390$

6 - Solução

A capacidade da segunda barrica é $5/6 \times 3/4 = 5/8$ da primeira.

A diferença das duas capacidades é: $8/8 - 5/8 = 3/8$ da primeira.

O preço da primeira barrica é: $153 \div 3/8 = 408$

O preço da segunda barrica é: $408 \times 5/8 = 255$

Capacidade da primeira barrica: $408 \div 17/20 = 480$

Capacidade da segunda barrica: $255 \div 17/20 = 300$

Solução Algébrica

Seja x a capacidade de um tonel e y a capacidade do outro

O Valor do 1º é $17/20x$ e do 2º é $17/20y$

Então:

$17/20\,x - 17/20y = 153$

$(x - y) = (20 \times 153) \times 17$

$x - y = 180$ (1)

Sabe-se:

$5/6\,x = 4/3\,y$

$y = 5x/8$ (2)

Substituindo (2) em (1)

$x - 5x/8 = 180$

$8x - 5x = 180\ x\ 8$

$3x = 1440$

$x = 480$

Em (1)

$x - y = 180$

$y = 480 - 180$

$y = 300$

7 - Solução

A capacidade de B representa 1000/(1000-125) = 8/7 da de A.

A capacidade de C representa

$8/7 \times 5/4 = 10/7$ da de A.

C e A diferem de (10-7)/7 = 3/7 da capacidade de A.

Capacidade de A: $32,4 \times 7/3 = 75\ 3/5$ l.

Capacidade de B: $75,6 \times 8/7 = 86\ 2/5$ l.

Capacidade de C: $75,6 \times 10/7 = 108$ l.

Solução Algébrica

Sejam x, y e z as capacidades de A, B e C respectivamente.

1ª operação

$y - x = 125/1000\ y$

$y - x = y/8$

$7y = 8x$ ou $y = 8x/7$ (1)

2ª operação

$z - y = 1/5\ z$

$4z = 5y$

Substituindo por (1)

$4z = 40x/7$

$z = 10x/7$ (2)

3ª Operação:

$z - x = 32,4$

Substituindo por (2)

$10x/7 - x = 32,4$

$3x = 32,4 \times 7$

$x = 75,6$ litros

Em (2)

$z = 10 \times 75,6 \div 7$

$z = 108$ litros

Em (1)

$y = 8 \times 75,6 \div 7$

$y = 86,4$ litros

8 - Solução

A mistura é de 9 1/6 + 1 2/3 = 10 5/6 ou 65/6

Em 4/5 l de mistura há (55/6) ÷ (65/6) × 4/5 = 44/65 l de vinho.

Em 4/5 l de mistura há (5/3) ÷ (65/6) × 4/5 = 8/65 l de água.

Explicação (por L Vallejo):

Volume total da mistura

9 1/6 + 1 2/3 =

55/6 + 5/3 = 65/6

Regra de três:

Em 65/6 da mistura temos 55/6 vinho

Em 4/5 da mistura temos x de vinho

65/6 ➔ 55/6

4/5 ➔ x

x = (4/5 × 55/6) ÷ 65/6

x = 44/65 l de vinho

Idem para a água:

Em 65/6 da mistura temos 5/3 água

Em 4/5 da mistura temos y de água

65/6 ➔ 5/3

4/5 ➔ y

y = (4/5 × 5/3) ÷ 65/6

y = 8/65 l de água

9 - Solução

A mistura é de 4+3 +4=11 litros.

Em 6 1/2 l de mistura haverá 4/11 × 6 1/2 = 2 4/11 l de aguardente.

3/11 × 6 1/2 = 1 17/22 l de vinho.

4/11 × 6 1/2 = 2 4/11 l de água.

Explicação por L Vallejo

Volume total: 11 litros

Na mistura temos as proporções:

aguardente: 4/11 - vinho: 3/11 - água : 4/11

Regra de três:
Em 11 l da mistura temos 4 l aguardente
Em 6,5 l da mistura temos x de aguardente
11 ➔ 4
6,5 ➔ x
$x = 4 \times 6,5 \div 11$
x = 26/11 l de vinho ou 2 4/11 l

Idem para a água
Em 11 l da mistura temos 3 de vinho
Em 6,5 da mistura temos y de vinho
11 ➔ 3
6,5 ➔ y
$y = 6,5 \times 3 \div 11$
y = 39/11 l de vinho ou 1 17/22 l

10 - Solução

Fração de vinho que fica, depois da 1ª operação : (3-1)/3 = 2/3
Fração de vinho que fica, depois da 2ª operação: 2/3 × 1/2 = 1/3
Fração de vinho que fica, depois da 3ª operação: 1/3 × 1/2 = 1/6

Explicação por L Vallejo

1ª operação: bebe 1/3 de vinho
Restam no copo 1 - 1/3 = 2/3

2ª Operação: completa com água e bebe a metade

Na mistura há 2/3 de vinho. Então:

1 unidade de mistura tem 2/3 de vinho

1/2 unidade de mistura tem x de vinho

1 ➔ 2/3

1/2 ➔ x

$x = 1/2 \times 2/3$

$x = 1/3$

3ª operação: completa com água e bebe a metade

Na mistura há 1/3 de vinho. Então:

1 unidade de mistura tem 1/3 de vinho

1/2 unidade de mistura tem y de vinho

1 ➔ 1/3

1/2 ➔ y

$y = 1/3 \times 1/2$

$y = 1/6$

11 -

Na 1ª vez a pessoa bebe 1/3 de copo de vinho.

Na 2ª vez $2/3 \times 1/2 = 1/3$ de copo de vinho.

Na 3ª vez $1 - (1/3 + 1/3) = 1/3$ de copo de vinho.

Na 1ª vez a pessoa não bebe água.

Na 2ª vez bebe $1/3 \times 1/2 = 1/6$ de copo de água.

Na 3ª vez $1/3 + 1/2 - 1/6 = 2/3$ de copo de água.

No total, a pessoa bebeu:

$4/25(1/3+1/2+1) = 22/75$ de litro.

Explicação por L Vallejo

Para o vinho

1ª operação: bebe 1/3 de vinho

Restam no copo 1 - 1/3 = 2/3

2ª Operação: completa com água e bebe a metade.

Na mistura há 2/3 de vinho. Então:

1 unidade de mistura tem 2/3 de vinho

1/2 unidade de mistura tem x de vinho

1 ➔ 2/3

1/2 ➔ x

x = 1/2 × 2/3

x = 1/3 de copo vinho

3ª operação: completa com água e bebe tudo. Na mistura há 1/3 de copo de vinho.

R. a) bebeu 1/3 de copo na primeira, 1/3 de copo na segunda e 1/3 de copo na terceira

Para a água:

1ª operação: não bebe água

Restam no copo 1 - 1/3 = 2/3

2ª Operação: completa com água e bebe a metade

Na mistura há 1/3 de água. Então:

1 unidade de mistura tem 1/3 de água

1/2 unidade de mistura tem x de água

1 ➔ 1/3

1/2 ➔ x

x = 1/2 × 1/3

x = 1/6 de copo de água

3ª operação: completa com água e bebe tudo

Na mistura há 1/6 de copo de água. É acrescentado mais 1/2 copo de água. Então a quantidade de água = 1/2 + 1/6 = 2/3

R. b) na 1ª operação a pessoa não bebeu água, na 2ª bebeu 1/6 de copo e na 3º, 2/3 de copo

Quantidade de líquido:

(1/3 + 1/2 + 1) × 4/25

11/6 × 4/25 = 22/75 de litro

12 - Solução

Pela lei das misturas temos:

$C \times V = C' \times V' + C'' \times V''$

onde:

C = concentração da solução final

V = volume da solução final

C' e C'' = concentrações das soluções que serão misturadas

V' e V'' = volume das soluções que serão misturadas

Seja x o número de litros de 65°;

$C' = 41 \quad V' = 5$

$C'' = 65 \quad V'' = x$

$C = 50 \quad V = (x + 5)$

temos a equação:

$50 (x +5) = 41 \times 5 + 65x$

logo: x=3.

A mistura contém: 5+3 = 8 l

R. 8 litros.

13 - Solução

Seja x o número de litros que devemos tirar de um vaso para colocar no outro. No primeiro vaso, depois de tirarmos x litros, sobram v—x litros. Os x litros tirados são substituídos por x litros de água. O volume continua sendo o mesmo mas a quantidade de vinho puro por litro de mistura é (v-x)/v (1)

No 2° vaso retiram-se x litros de água e colocam-se x litros de vinho retirado do 1º vaso. Assim seu volume continua sendo o mesmo mas fica com x litros de vinho; ao todo, tem v' litros de mistura. Há, pois, num litro de mistura x/v' litros de vinho puro. (2)

Igualando (1) e (2), pois que as misturas são idênticas, obtemos

$(v-x)/v = x/v'$ logo:

$x = vv'/(v+v')$

14 - Solução

Seja x a quantidade de vinho a tirar de cada barrica. Tirando x litros de Bordéus e substituindo-o por x litros de Borgonha, a razão da quantidade do vinho de Bordéus para a quantidade do vinho de Borgonha é $(a-x)/x$

Por outro lado, tirando da 2ª barrica x litros de Borgonha e substituindo-os por x litros de Bordéus, a razão da quantidade do vinho de Bordéus para o vinho de Borgonha será $x/(b-x)$

Essas duas razões sendo iguais temos a equação: $(a-x)/x = x/(b-x)$

Acrescentado cada denominador ao numerador, vem $a/x = b/(b-x)$

Somando os numeradores entre si, e os denominadores entre si, vem

$(a+b)/b = a/x$ logo:

$x= ab/(a+b)$

Se aplicarmos a essa fórmula dados numéricos, temos

$x = 100 \times 60/(100+60) \rightarrow 37,5$

Verificação:

100—37,5 = 62,5;

60—37,5 = 22,5.

Na 1ª barrica, a razão do vinho de Borgonha para o vinho de Bordéus é 37,5/62,5 = 3/5

Na 2ª barrica, esta razão é 22,5/37,5= 3/5

15 -Solução

Sejam x e y o número de litros de água acrescentados às duas espécies de vinho. No 1º caso, teremos:

$(50+x)$ l que valerão: $3{,}30 \times 50$ ou $3{,}00(50+x)$; logo a equação:

$3{,}30 \times 50=3{,}00(50+x)$. (1)

No 2º caso, teremos $(60+y)$l que valerão

$4{,}0 \times 60$ ou $3{,}00\,(60+y)$

logo a equação: $4{,}00 \times 60 = 3{,}00(60+y)$. (2)

Resolvendo (1) e (2), temos

$x=5$ e $y=20$.

No 1º caso, acrescentaram 5 litros de água e no 2º caso 20 litros.

A mistura contém, pois, 25 litros de água.

5 litros no vinho de $3,30

20 litros no vinho de $4,00.

Outra solução: por L Vallejo

CV = C'V' + C"V"

3V = 3,3 × 50 + 4 × 60

3V = 165 + 240

V = 135

Volume total: 135

Volume acrescentado:

135 - (50+ 60) = 25

Para que o vinho de 3,3 passe a valer 3, são adicionados x litros de água:

3,00(50+x) = 3,30 × 50

x = 5 litros de água

Como foram acrescentados no total 25 litros de água, ao vinho de 4,00 foram acrescentados

25 - 5 = 20 litros.

16 -Solução

Tirando-se do barril 1/15 do seu conteúdo, restaram 14/15 de vinho. Depois se encheu o barril com água. Em seguida tiraram-se 5/18 da mistura do vinho com água. Então se tiraram 5/18 do vinho que o barril continha, isto é, 5/18 de 14/15. Mas, tirando 5/18 dos 14/15 de vinho, ficaram 13/18 dos 14/15 de vinho, isto é,

13/18 × 14/15 ou 91/135 de vinho.

Mas, 91/135 do vinho são 728 litros; então 1/135 do vinho são

728 ÷ 91, isto é, 8.

E desde que 1/135 do vinho são 8 litros, a capacidade do barril é de

135 × 8 = 1080 litros.

Explicação por L Vallejo

Seja x a capacidade do tonel

O tonel está cheio de vinho puro

1ª operação: Tiram 1/15 de vinho e enchem com água

Restam no tonel:

1 - 1/15 = 14/15 de vinho

2ª operação: tiram 5/18 da mistura e enchem com água

Novamente vão restar:

1 - 5/18 = 13/18 da mistura

Na mistura há 13/18 de vinho.

Então:

1 unidade de mistura tem 14/15 de vinho

13/18 unidade de mistura tem y de vinho

Então:

1 → 14/15

13/18 → y

y = 13/18 × 14/15

y = 182/270 de vinho no barril ou 182x/270

Esse volume é igual a 728. Então:

182x/270 = 728

x = 728 × 270 ÷ 182

x = 1080

17 - Solução:

Depois da 1ª operação, fica no tonel: (16-3)/16 = 13/16 do vinho.

Depois da 2ª operação, fica no tonel: 13/16 × 13/16 = 169/256 do vinho.

A metade do tonel consta de: 256/256 ÷ 2 = 128/256 do vinho.

Os 61 1/2 l representam, pois:

(169 - 128)/256 = 41/256 da capacidade do tonel

A capacidade do tonel é 61 1/2 × 256/41 = 384 l

Explicação por L Vallejo

Seja x a capacidade do tonel

O tonel está cheio de vinho puro

1ª operação: Tiram 3/16 de vinho e enchem com água

Restam no tonel:

1 - 3/16 = 13/16 de vinho

2ª operação: tiram novamente 3/16 da mistura e enchem com água

Novamente vão restar:

1 - 3/16 = 13/16 da mistura

Na mistura há 13/16 de vinho.

Então:

1 unidade de mistura tem 13/16 de vinho

13/16 unidade de mistura tem y de vinho

Então

1 ➔ 13/16

13/16 ➔ y

y = 13/16 × 13/16

y = 169/256 de vinho

A metade do volume do tonel é x/2. Então a equação:

$x/2 + 61{,}5 = 169x/256$

$x + 123 = 169/128$

$41x/256 = 61{,}5$

$x = 61{,}5 \times 256/41$ ou $x = 384$

18 - Solução

O vinho do 1º vaso representa os 15/(15+3) = 5/6 da mistura

O vinho do 2º vaso representa os 13/(13+2) = 13/15 da mistura

Os 5 l do 1º vaso contem de vinho os 5 × 5/6 = 25/6

Os 4 l do 2º vaso contem de vinho os 4 × 13/15 = 52/15

O 1º vaso conterá então de vinho 18 × 5/6 - 25/6 + 52/15 = 14,3 l

O 2º vaso conterá de vinho 15 × 13/15 - 52/15 + 25/6 = 13,7 l

O 1º vaso contem de mistura 18—5+4=17 l.

O 2º vaso contem de mistura 15—4+5=16 l.

O 1º vaso conterá de água 17—14,3=2,7 l.

O 2º vaso conterá de água 16—13,7=2,3 l.

19 - Solução por L. Vallejo

Vaso 1 Volume = 12 +18 = 30 Vinho=12 Água=18 **Vaso2** Volume = 9 +3 = 12 Vinho=9 Água=3 **Vaso3** Volume = 14 Vinho = água = 7	Vaso 1 Fração de vinho = 12/30 = 2/5 Fração de água = 18/30 = 3/5 Vaso2: Fração de vinho = 9/12 = 3/4 Fração de água = 3/12 = 1/4 No vaso 3: Para o vinho: a proporção de vinho dos dois vasos misturados devem formar 7 litros.

Seja o x volume do vaso 1 e y o volume do vaso 2

Então:

$2x/5 + 3y/4 = 7$ (1)

Para a água:

a proporção de água dos dois vasos misturados devem formar 7 litros. Seja o x volume do vaso 1 e y o volume do vaso 2

Então:

$3x/5 + y/4 = 7$ (2)

$8x + 15y = 140$

$y = (140 - 8x)/15$

Substituindo

$12x + 5y = 140$

$12x + 5/15\,(140 - 8x) = 140$

$36x + 140 - 8x = 420$

$28x = 280$

$x = 10$

$y = (140 - 80)/15$

$y = 60/15$

$y = 4$

Resp.: 10 e 4 L.

20 - Solução

Seja x a capacidade dos dois vasos.

Após a primeira operação o primeiro contém

$x/3 \times 8$ e

$x/2 \times 1/2 \rightarrow x/4 \times 10$

Após a primeira operação o segundo contém $x/2 - x/4 = x/4 \times 10$

Após a segunda operação o segundo contém $x/3 \times 1/2 = x/6 \times 8$

Após a segunda operação o segundo contém

$x/4 + x/4 \times 1/2 = 3x/8 \times 10$

O que resulta na equação:

$x/6 \times 8 + 3x/8 \times 10 = 30{,}5$

$4x/3 + 15x/4 = 30{,}5$

$16x + 45x = 12 \times 305$

$61x = 3660$ $x = 60$ litros

CAPÍTULO V

Deslocamentos, Viagens, Trem, Carro, etc.

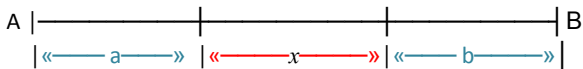
1 -Solução

Após 1 hora de marcha, os dois ciclistas aproximam-se de:

36,25 + 31,75 = 68 km.

Após 2 horas de marcha, ter-se-ão aproximado de: 68 $\times$ 2 = 136 km.

Ficarão, um do outro, na distância de: 157,5 — 136 = R. 21,5 km.

Solução Algébrica

Seja x a distância pedida

x + a + b = 157,5

Percorreram:

a = 36,25 $\times$ 2 $\rightarrow$ a = 72,5

b = 31,75 $\times$ 2 $\rightarrow$ b = 63,5

x + 72,5 + 63,5 = 157,5

x = 157,5 - 136 $\rightarrow$ x = 21,5 km

2 -Solução

Durante as 2 primeiras horas, o primeiro trem andou : 45 × 2 = 90 km e chegou a : 512 — 90 = 422 km de B.

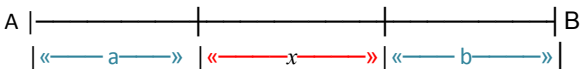
Os 2 trens caminham ao encontro um do outro durante:

12—9 = 3 horas.

Cada hora, aproximam-se de : 45 + 51,25 = 96,25 km

Durante as 3 horas aproximar-se-ão de: 96,25 × 3 = 288,75 km

Ao meio-dia, estarão a : 422 — 288,75 = 133,25 km um do outro.

Solução Algébrica

Seja x a distância pedida

x + a + b = 512

O trem A viajou por: 12 - 7 = 5 horas

O trem B viajou por: 12 - 9 = 3 horas

Percorreram:

a = 45 × 5 → a = 225

b = 51,25 × 3 → b = 153,75

x + 225 + 153,75 = 512

x = 512 - 378,75 → x = 133,25 km

3 - Solução

Em um minuto o 1º viajante anda: 500 ÷ 4 = 125 metros.

Durante o mesmo tempo o 2º vence: 600 ÷ 5 = 120 metros.

Resp. O 1º anda mais depressa e faz: 125 — 120 = 5 metros a mais por minuto.

Em 8 horas de marcha, percorrerá:

5 × 60 × 8 = 2.400 metros a mais do que o 2º

4 - Solução

1 1/2 = 90 s

1 h 35 min 15 s = 5715 s

Em 1 1/2 min ou 90 s a locomotiva percorre 1284 m.

Em 1 s ela percorre 1284 ÷ 90 = 14,266 m

Em 5.715 s ela terá percorrido 14,266 × 5715 = 81533,96 m

Resp. 81,534 km.

5 - Solução

Este viajante percorre: 0,8 m × 100 = 80 metros por minuto.

Para percorrer 50 km gastará: 50.000 ÷ 80 = 625 min.

625 ÷ 60 = 10 horas 25 min.

6 - Solução

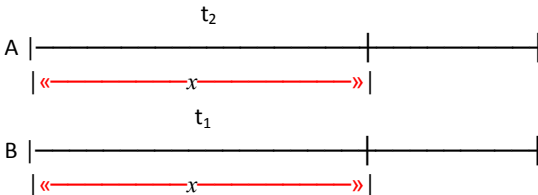
O primeiro viajante levará: 50 ÷ 4,5 = 11 h 6min 40seg.

O segundo levará: 50 ÷ 4,8 = 10 h 25 min

7 - Solução

O primeiro ciclista tem um adiantamento de: 10,5 × 3 = 31,5 km

O segundo percorre por hora: 13 — 10,5 = 2,5 km a mais do que o primeiro. Ele alcançará o 1º em 31,5 ÷ 2,5 = 12 h 36 min

Solução Algébrica

Seja t_1 o tempo de encontro do ciclista B. Quando o ciclista B se encontrar com A eles terão percorrido uma distância x. O ciclista B gastou um tempo igual t_1 e o A gastou t_2. Mas

$t_1 = t_2 - 3$ ou seja $t_2 = t_1 + 3$ (1)

Então percorreram:

$x = 10{,}5 \times t_2$ e $x = 13 \times t_1$

Igualando e substituindo por (1)

$10{,}5\,(t_1 + 3) = 13t_1$

$10{,}5t_1 + 31{,}5 = 13t_1$

$2{,}5\ t_1 = 31{,}5 \qquad \rightarrow\ t_1 = 12{,}6$ h ou 12 h 36 min

8 -Solução

O trem expresso leva :

863 ÷ 1,45 = 595,172 min ou 595 min 10,34 seg

595 ÷ 60 = 9 horas 55 min 10,34 seg.

9 - Solução

O homem percorre: 5.400 ÷ 60 min = 90 metros por minuto. .

Em 2 h 5 min ou 125 minutos, terá percorrido:

90 × 125 =11.250 metros.

O cavaleiro percorre: 10.200 — 5.400 = 4.800 m a mais por hora.

Ele alcançará o homem em:

11.250 ÷ 4.800 = 2 h 20 min 37,5 seg ou 2h 1/3.

A distância do ponto de partida será de:

10,2 km × 2 1/3 =

10,20 × 2 + 10,20 ÷ 3 = Resp. 23,9 km

Encontrar-se-ão às:

5h 50 min + 2 h 5 min + 2 h 20 min =

Resp. 10 h 15 min

Solução Algébrica

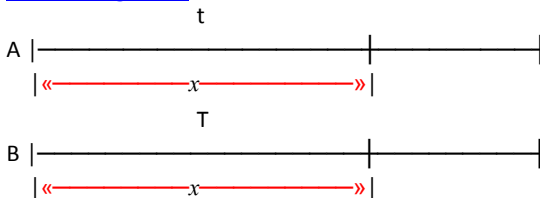
t

A |———————————————|———————|

|«———————— x ————————»|

T

B |———————————————|———————|

|«———————— x ————————»|

Seja T o tempo de encontro do cavaleiro B. Quando ele se encontrar com o homem A eles terão percorrido uma distância x. O cavaleiro B gastou um tempo igual T e o homem A gastou t. Mas

T = t - 2h 5min ou seja t = T + 2h 5 min

t = T + 2 5/60 h ou t = T + 125/60 (1)

Então percorreram:

$x = 5{,}4 \times t$ e $x = 10{,}2 \times T$

Igualando e substituindo por (1)

5,4 (T + 125/60) = 10,2T

$5{,}4T + 5{,}4 \times 125/60 = 10{,}2T$ ou $4{,}8\,T = 11{,}25 \rightarrow T = 2{,}343$ h ou

2 h 20 min 37,5 s

1) Distância percorrida: $x = 10{,}2T$ ou $x = 10{,}2 \times 2{,}343$

$x = 23{,}906$ km

2) Tempo decorrido:

5h 50 min + 2 h 5 min + 2 h 20 min 37,5 s =

Resp. 10 h 15 min 37,5 s

10 - Solução por Luis V Vallejo

À velocidade de 72 km/h o trajeto de 432 km é percorrido em

432 ÷ 72 = 6 horas

A parada na cidade dura 2 horas. Então , se saíram as 6:00 horas, temos:

6 + 6 + 2 = 14 horas , que é a hora do retorno.

Retornam a 54 km/h. Gastam então: 432 ÷ 54 = 8 horas

Tempo do motorista: 6 + 2 + 8 = 16 horas

Hora da chegada: 14 + 8 = 22 horas

Pagamento do motorista: 30 × 16 = $480

11 - Solução

Das 8 h 10 min da manhã às 15 h 55 min passaram-se

15h 55min—8h 10min = 7h 45min ou 60min × 7 + 45 =465 minutos.

Em um minuto o trem percorre: 36 ÷ 60 min = 0,6 km

Em 465 minutos ele percorreu: 0,6 × 465 min = 279 km ou

279 ÷ 4 = 69,75 léguas

Se o trem tivesse percorrido somente 30 km por hora, ele teria gasto: 279 + 30 = 9h 18 min em lugar de 7 h 45 min, isto é:

9 h 18 min —7 h 45 min = 1 h 33 min a mais para fazer o mesmo trajeto e teria chegado só às: 15 h 55 min + 1 h 33 min =

Resp . 17 horas 28 min

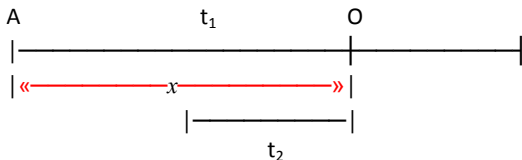
Ou: 17h 28 min — 12 = 5h 28min da tarde.

Solução Algébrica

Tempo gasto: 15h 55 min - 8h 10 min = 7 h 45 min ou 465 min
Seja x a distância percorrida. Então
1 hora ➔ 36 km
465/60 hora ➔ x km
$x = 36 \times 465/60 \quad \rightarrow x = 279$ km
Em léguas: 279 ÷ 6 = 46,5 léguas
Na velocidade de 30 km /h teria gasto x horas
1 hora ➔ 30 km
x hora ➔ 279 km
$x = 279 \div 30 \quad \rightarrow x = 9{,}3$ horas ou 9 h 18 min
Hora de chegada: 8 h 10 min + 9 h 18 min = 17 h 28 min

12 —Solução

O viajante, que saiu 1 h 42 min ou 102 minutos antes do cavaleiro, está adiantado de: (4100 ÷ 60) × 102 min ou
4100 × 102 min ÷ 60 = 6.970 metros.
O cavaleiro percorre por hora: 9200 — 4100 = 5.100 metros a mais do que o viajante.
Para alcançar o viajante, levará: 6.970 ÷5.100 = 1 h 22 min
O cavaleiro alcançará o viajante ás: 19 h 42 min + 1 h 22 min =
20 h 64 min → Resp: 21 h 4 min
A distância do ponto de partida será de: (9200 × 1 h 22 min)
= 9200 × 82min ÷ 60min
9200 + (9200 ÷ 60) × 22 =
12.573 metros, ou 12,573 km

Solução Algébrica

O viajante vai se encontrar com o cavaleiro no ponto O. A distância do ponto de partida A é x. Então:

Para o viajante com velocidade v_1 $\quad x = v_1 \times t_1$

Para o cavaleiro com velocidade v_2 $\quad x = v_2 \times t_2$

Logo: $v_1 t_1 = v_2 t_2 \quad (1)$

Dados:

v_1 = 41 hm/h $\longrightarrow$ 4,1 km/h

v_2 = 9200 m $\longrightarrow$ 9,2 km/h

Tempo de espera do cavaleiro: 19h 42 min - 18 h = 1 h 42 min ou 1,7 h

Então $t_1 = t_2 + 1,7$

Substituindo em (1)

$4,1\ (t_2 + 1,7) = 9,2\ t_2$

$4,1t_2 + 6,97 = 9,2\ t_2$

$5,1\ t_2 = 6,97 \quad \longrightarrow \quad t_2 = 1,366$ h ou 1h 22min

Hora do encontro: 19h 42min + 1h 22min = 21h 4 min

Distância de A : $x = v_2 t_2 \quad \longrightarrow \quad x = 9,2 \times 1,36 \quad \longrightarrow$ 12,573 km

13 — Solução

Para percorrer as 120 léguas, o viajante levará:

120 ÷ 1,5 = 80 horas ou 80 ÷ 24 = 3 dias e 8 horas.

Precisa sair 3 dias e 8 horas antes de 25 de dezembro às 20 h 45 min.

Ou 25 - 3 = 22

20 h 45 min - 8 horas = 12 h 45 min

Resp: a 22 de dezembro às 12 horas e 45 minutos.

14 - Solução

O primeiro comboio sai 1 h 15 min ou 75 minutos antes do segundo.

O 1º trem percorre : 32 ÷60=0,555 km por minuto.

Em 75 min há de percorrer: 0,555 × 75 = 40 km; é o seu adiantamento quando parte o 2º trem.

Por hora, o 2º trem ganha : 40—32 = 8 km sobre o 1º.

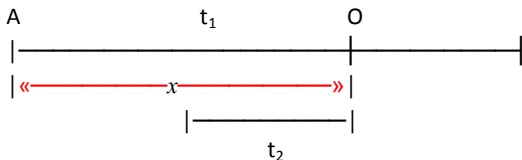
Para ganhar 40 km levará : 40 ÷ 8 = 5 horas. Então, alcançará o 1º trem.

Ele o alcançará às :

7 h 15 min +5 h = 12 h 15 min

Durante as 5 horas, a 2º terá percorrido :
40 × 5= 200

Resp: 200 km. É a distância desde S. Paulo, até o ponto em que o 2º trem alcança o 1º.

Solução Algébrica

Idêntico ao Ex. 12

O 1º trem vai se encontrar com o 2 º no ponto O. A distância do ponto de partida A é x. Então:

Para o 1º com velocidade v_1: $x = v_1 \times t_1$

Para o 2º com velocidade v_2: $x = v_2 \times t_2$

Logo: $v_1 t_1 = v_2 t_2$ (1)

Dados:

v_1 = 32 km/h

v_2 = 40 km/h

Tempo de espera do 2º trem: 7h 15min - 6 h = 1 h 15 min ou 1,25 h

Então $t_1 = t_2 + 1{,}25$

Substituindo em (1)

$32\,(t_2 + 1{,}25) = 40\,t_2$

$32t_2 + 40 = 40\,t_2$

$8\,t_2 = 40 \quad \rightarrow \quad t_2 = 5$ h

Hora do encontro: 7h 15min + 5h = 12 h 15 min

Distância de A : $x = v_2 t_2 \quad \rightarrow \quad x = 40 \times 5 \quad \rightarrow$ 200 km

15 - Solução

De 1º de junho a 1 h a 4 de junho ao meio-dia, há
4 dias 12 horas — 1 dia 1 hora = 3 dias 11 horas ou 83 horas.
A distância de Nova York a S. Francisco é de : 54 × 83 = 4482 km.

16 - Solução

Em 1 hora, os 2 ciclistas aproximam-se de:

23,7+18,5=42,2 km

Encontrar-se-ão depois de: 271,9÷42,2 = 6,443 ou 6 horas 26 min 35,2 s.

O 1º ciclista terá percorrido: 23,7 × 6,443 = 152,7 km

O 2º terá percorrido: 271,9—152,7= 119,2 km

17 - Solução

O 1º viajante andou: 2,5 × 10 = 25km a mais do que o 2º.

0 1º percorreu: 170 + 25 = 195 km.

A distância entre as duas cidades é de: 195 + 170 = 365 km

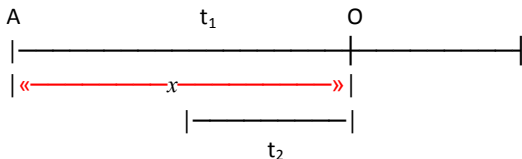
18 - Solução

Seja x a distância procurada. Enquanto o 2º carro percorre esta distância, o 1º terá percorrido a mesma distância menos 12 km, porque saiu 2 horas antes do 2º. Assim, as distâncias: x—12 e x são percorridas num

mesmo tempo. Para o 1º este tempo é $(x—12)/6$ e para o 2º, $x/10$. Temos então a equação: $(x-12)/6 = x/10$

logo: $x=30$

Solução Algébrica

Idêntico ao Ex. 12

O 1º carro vai se encontrar com o 2 º no ponto O. A distância do ponto de partida A é x. Então:

Para o 1º com velocidade v_1: $x = v_1 \times t_1$

Para o 2º com velocidade v_2: $x = v_2 \times t_2$

Logo: $v_1 t_1 = v_2 t_2$ (1)

Dados: $v_1 = 6$ km/h e $v_2 = 10$ km/h

Tempo de espera do 2º carro: 2 h

Então $t_1 = t_2 + 2$

Substituindo em (1)

$6 (t_2 + 2) = 10 t_2$

$6t_2 + 12 = 10 t_2$

$4 t_2 = 12 \quad \rightarrow \quad t_2 = 3$ h

O 2º carro vai encontrar o 1º depois de 3 horas de viagem

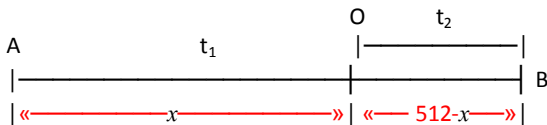
Distância de A : $x = v_2 t_2 \quad \rightarrow \quad x = 10 \times 3 \quad \rightarrow$ 30 km

19 - Solução

Seja x o tempo que deve decorrer até o momento do encontro. O trem da 2ª cidade terá percorrido neste tempo x um número de km igual a $40x$, e o que saiu da 1ª cidade terá percorrido $32x$; mas o trem da 2ª cidade já percorreu 80 km antes da saída da 1ª; temos, pois, a equação:
$80+40x+32x = 512$ logo: $x = 6$ horas.

O encontro se dará 6 horas depois da partida do trem da 1ª cidade ou às 19 horas, ou 7 horas da tarde.

A distância é de: $32 \times 6 = 192$ km da 1ª cidade, e de $80+40 \times 6 = 320$ km da 2ª cidade.

Solução Algébrica

O 1º trem vai se encontrar com o 2 º no ponto O. A distância do ponto de partida A é x. A distância do ponto de partida B é $(512- x)$. Então:

Para o 1º com velocidade v_1: $x = v_1 \times t_1$

Para o 2º com velocidade v_2: $512 - x = v_2 \times t_2$

Logo: $512 - v_1 t_1 = v_2 t_2$ (1)

Dados:

$v_1 = 32$ km/h

$v_2 = 40$ km/h

Tempo de espera do 1º trem: $13 - 11 = 2$ h

Então: $t_1 = t_2 - 2$ (2)

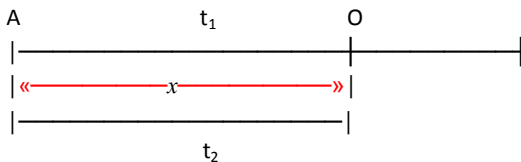
Substituindo em (1)
$512 - 32 (t_2 - 2) = 40 t_2$
$512 - 32t_2 + 64 = 40 t_2$
$72 t_2 = 576 \quad \longrightarrow \; t_2 = 8$ h
Ou seja o segundo trem , que saiu às 11 h vai encontrar o primeiro, que saiu às 13 horas, às 11 + 8 = 19 horas.
O tempo gasto pelo 1º será (2): $t_1 = 8 - 2$ ou 6 horas.
Então, distância de A : $x = v_1 \times t_1 \quad \longrightarrow \; x = 32 \times 6 \quad \longrightarrow$ 192 km
distância de B: 512 - 192 = 320 km

20 - Solução

Seja x a distância pedida, ou o número de km que a pessoa pode percorrer de carro. Pois que percorre 12 km por hora, para percorrer esta distância levará um tempo igual a $x/12$ para voltar, pois que só anda 4 km por hora, levará $x/4$. Mas a soma desses dois tempos é igual a 2 h. Portanto, temos

$x/12 + x/4 = 2$

logo: x=6.

Solução Algébrica

O veículo será entregue no ponto O. A distância do ponto de partida A é x. Então, na ida:

Para a ida com velocidade v_1: $x = v_1 \times t_1$

Para a volta com velocidade v_2: $x = v_2 \times t_2$

Logo: $v_1 t_1 = v_2 t_2$ (1)

Dados:

$v_1 = 12$ km/h

$v_2 = 4$ km/h

Tempo total deve ser 2 horas. Então: $t_1 = 2 - t_2$ (2)

Substituindo em (1)

$12 (2 - t_2) = 4 t_2$

$24 - 12t_2 = 4 t_2$

$16 t_2 = 24 \longrightarrow t_2 = 1{,}5$ ou 1 h 30 min h

A distância será: $x = v_2 \times t_2$

Ou $x = 4 \times 1{,}5 \longrightarrow x = 6$ km

21 - Solução

Idêntica ao Ex. 20

Seja x a distância a que pode chegar o barqueiro. Emprega para percorrê-la na descida: x/v horas, e, na subida: $x \div 2v/5 = 5x/2v$ horas.

A soma desses tempos vale 2 horas; temos, pois: $x/v + 5x/2v = 2$

$2x + 5x = 4v$

$x = 4v/7$

22 - Solução

Representando por x a velocidade e por y o tempo empregado para percorrer a distância procurada, temos as equações:

$(x+20)(y-3) = xy$ (1)

$(x-20)(y+5) = xy$ ou

$xy-3x+20y-60 = xy$,

$xy+5x-20y-100 = xy$;

ou $-3x+20y-60= 0$.

$5x-20y-100 = 0$.

Somando membro a membro; vem $2x-160 = 0 \rightarrow x=80$.

Levando à equação (1) este valor de x; temos $100(y-3) = 80y$,

ou $100y-300 = 80y$,

logo: $y=15$.

Portanto, a distância percorrida é

$xy = 15 \times 80 = 1200$ km

R. — Velocidade do trem: 80 km por hora; distância percorrida: 1200 km.

Outra solução:

Seja x o percurso, v a velocidade do trem e t o tempo gasto. Então

$x = vt$

1º Caso: $x = (v+20) \times (t-3)$ (1)

2º Caso: $x = (v-20) \times (t+5)$ (2)

(1) $x = vt - 3v + 20t - 60$

(2) $x = vt + 5v - 20t - 100$

mas $x = vt$

(1) $vt = vt - 3v + 20t - 60 \rightarrow -3v + 20t = 60$

(2) $vt = vt + 5v - 20t - 100 \rightarrow 5v - 20t = 100$

$$2v = 160$$

v= 80 km/h

$5v - 20t = 100 \rightarrow 5 \times 80 - 20t = 100 \rightarrow 300 = 20t \quad t = 15$ h

$x = vt \rightarrow x = 15 \times 80 \rightarrow x = 1200$ km

23 - Solução

Seja x a distância procurada. Para percorrê-la a pé, a pessoa levou $x/4$ horas. O tempo empregado para a volta foi de $x/16$ horas. Temos a equação: $x/4 + x/16 = 2,5$

logo: $x=8$.

R. 8 quilômetros.

24 - Solução

Representando a distância total por y e a velocidade do trem por x. Desde o ponto de partida até o lugar do acidente, há $2x$ km, e deste lugar até o fim do trajeto há: $y—2x$ km.

O trajeto devia durar y/x horas, mas durou $y/x + 5$ horas. Temos, pois, a equação:

$2 + 1 + (y-2x)/(2x/3) = y/x + 5$ (1)

A 2ª parte do problema fornece a equação:

$4+1+ (y—4x)/(2x/3) = y/x + 4$ (2)

A 1ª equação toma a forma

$y =10x$;

e a 2ª, $y=10x$.

As duas equações são equivalentes. O problema é indeterminado e tem uma infinidade de soluções. A equação

$y = 10x$

mostra que a distância vale 10 vezes a velocidade. Portanto o trajeto devia durar 10 horas. Qualquer valor de x satisfaz ao problema.

25 - Solução

Seja x a distância pedida. A primeira das duas pessoas percorreu x km, em $x/3$ horas. A segunda percorreu

$12+12—x = 24—x$ km em $(24-x)/5$ horas

Acrescentemos a este tempo o tempo durante o qual a segunda descansou em B; teremos o tempo empregado pela primeira para percorrer x km, e vem a equação: $x/3 = (24-x)/5 + 1/2$

$x = 9{,}9375$ km

26 - Solução

Seja x a distância procurada. Em 4 horas, os 2 percorrem x km, e $(x+8)$ km.

As velocidades por hora são, pois:

$x/4$ e $(x+8)/4$

Para percorrer 28 km, o primeiro leva, por conseguinte, um número de horas igual a

$28 \div x/4$ ou $28 \times 4/x$

e o 2º,

$28 \div (x+8)/4$ ou $28 \times 4/(x+8)$

Mas, sabemos, pelo problema, que esses tempos diferem de 42 minutos ou 0,7 hora. Temos, pois, a equação:

$28 \times 4/x - 28 \times 4/x+8 = 0{,}7$

logo: $x' = 32$ e $x'' = —40$,

R. 32 km;

veloc. média do 1º, 8 km por hora; do 2º, 10 km por hora.

27 - Solução

Em 2 horas o primeiro percorre
$50 \times 2 = 100$ km.
O 2º percorre a mais, por hora
60—50 = 10 km.

Para alcançar o 1º trem, levará
$100 \div 10 = 10$ horas.
O encontro se dará a
$60 \times 10=600$ km de X e às 7+10=17 horas.

28 - Solução

Por minuto, o 2º. cavaleiro recupera 11/40 - 1/4 = 1/40 de km.
Para alcançar o 1º. cavaleiro, levará $9 \div 1/40 =360$ min ou 6 horas.
EQUAÇÃO:
$x \times 11/40 \times 60 = x \times 1/4 \times 60 + 9$

GENERALIZAÇÃO
Sejam v a velocidade do 1º cavaleiro, v' a velocidade do 2º e K a distância já percorrida pelo 1.° cavaleiro. Designando por x o tempo procurado, podemos escrever :
$vx + K = xv'$ ou $x(v'—v) = K$
logo tiramos $x = K/(v'-v)$
Discussão
Na fórmula precedente, podemos atribuir a K valor positivo, negativo ou nulo.
Se K for positivo, podemos ter :

1º. v’>v : neste caso x é positivo. Os cavaleiros encontrar-se-ão.

2.° v’ <v : — x é negativo. Já se encontraram os cavaleiros.

3.° v’=v : x é impossível

Os cavaleiros ficam sempre à mesma distância K.

Se K for negativo, podemos ter :

1º. v’>v : neste caso x é negativo. O encontro teve lugar.

2º. v’<v: — x é positivo. O encontro terá lugar.

3.° v’=v : Não há encontro possível.

Se K for nulo, podemos ter :

1º. v’>v : neste caso x = 0. O encontro tem lugar presentemente.

2º. v’ <v : x= 0. Mesmo resultado.

3º. v’=v : impossível - Os cavaleiros andam sempre juntos.

29 - Solução

Por hora o 2º viajante deve caminhar a mais que o 1º

72 ÷ 48 = 1 km 1/2 .

Deve, pois, percorrer

3 7/15 + 1 1/2 = 4 km 29/30 por hora.

30 - Solução

Quando o 1º homem percorre 5 km, o 2º percorre apenas 1 km e a vantagem do 1º é de 4 km. Para recuperar a dianteira do 2º homem, o 1º deverá andar

$5 \times 507/4 = 633$ km 3/4

Encontrar-se-ão a

633 3/4 - 507 = 126 km 3/4 de Ribeirão Preto.

EQUAÇÃO :

$5x = 507 + x$

31 - Solução

Quando A parte, o outro viajante B já tem percorrido

$5\ 1/4 \times 3\ 3/7 = 18$ km.

A vence a mais por hora:

6 - 5 1/4 = 3/4 de km.

Para recuperar os 18 km, A levará

$18 \div 3/\ 4 = 24$ horas.

A deve percorrer $6 \times 24 = 144$ km.

Dando-se o encontro na metade do caminho, as cidades distam de

$144 \times 2{=}288$ km.

EQUAÇÃO:

$x/2 \div 6 = (x/2 - 5\ \ 1/4 \ .\ 3\ \ 3/7) \div 5\ \ 1/4$

32 - Solução

Durante os 4 primeiros dias, venceu

$1/12 \times 4 \times (5+1)/5 = 2/5$ da distância.

Fica a percorrer: (5-2)/5 = 3/5 da distância.

E do prazo marcado, ficam: $12 - 1\ 1/2 - 4 = 6$ d $1/2$

Para vencer os 3/5 do caminho, teria empregado, com a velocidade primitiva: $8 \times 12 \times 3/5 = 57$ h $3/5$

A velocidade final é: $6/5 \times 4/5 = 24/25$ da velocidade primitiva.

O viajante precisará, pois, de $57\ 3/5 \times 25/24 = 60$ h

Deverá caminhar por dia durante

$60 \div 6\ 1/2 = 9$ h 13 min $11/13$

33 - Solução

A volta dura apenas $25 \div 36 = 25/36$ da ida.

Ida e volta duram: $(36+25)/36 = 61/36$ da ida.

Duração da ida: $10\ 1/6 \times 36/61 = 6$ h

Distância pedida

$25 \times 6 = 150$ km.

34 - Solução

Uma das pessoas percorre 2000 m e a outra 1600 m. As velocidades estão na razão de 20 para 16 ou de 5 para 4.

Se a primeira tivesse percorrido $3600 \div 2$ ou 1800 m a segunda teria percorrido $1800 \times 4/5$ ou 1440 m.

Por minuto, a 2ª percorre $(1800 - 1440) \div 6 = 60$ m.

Por minuto, a 1ª percorre $60 \times 5/4 = 75$ m.

35 - Solução

Se esta pessoa não tivesse tomado o carro, teria percorrido, no mesmo tempo $54\ 1/4 - (5 \times 3\ 1/3) = 37\ \ 7/12$ km

Percorria, por hora, a pé

$37\ 7/12 \div (3\ 1/2 + 3\ 1/3) = 5\ \ 1/2$ km

36 - Solução

Para percorrer 4 km, o carro leva $4/12 = 1/3$ de hora.

Caminhando 4 km, o viajante ganha, ao voltar, sobre a ida

$1 - 1/3 = 2/3$ de hora

Para ganhar uma hora, deve caminhar $4 \times 3/2 = 6$ km.

Enquanto faz os 6 km, o carro faz $6 \times 12/4 = 18$ km.

A distância das duas cidades é $18+6 = 24$ km.

37 - Solução

Para o percurso inteiro, dois bilhetes de primeira classe custam, a mais do que dois de segunda : 377,45—334,85= 42,60

Por quilômetro, 2 bilhetes custam a mais:

$0{,}026 \times 2 = 0{,}052$

A distância é de $42{,}60 \div 0{,}052 = 819{,}23$ km

Preço de 5 bilhetes de primeira:

$377{,}45+(0{,}026 \times 819{,}23)=398{,}75$

Preço de um bilhete de primeira:

$398{,}75 \div 5=79{,}75$

Preço de um bilhete de segunda:

79,75—(0,026 × 819,23)=58,45

Solução Algébrica

Sejam x o preço do bilhete de 1ª classe e y o preço do bilhete de 2ª. Então:

$4x + y = 377,45$

$2x + 3y = 334,85$

Resolvendo:

$-12x - 3y = -1132,35$

$2x \quad 3y = 334,85$

———————————

$-10x = -797,5$

$x = 79,75$

$y = 377,45 - 4 \times 79,75$

$y = 58,45$

Bilhetes de 1ª comprados no total: 4 + 2 = 6

Bilhetes de 2ª comprados no total: 1 + 3 = 4

Diferença: 6 - 4 = 2

Diferença paga → 377,45 - 334,85 = 42,6

Um bilhete: 42,6 ÷ 2 = 21,3

A diferença paga foi 23,1 Então:

1 km ➔ 0,026 dif

x km ➔ 21,3

$x = 21,3 \div 0,026 \rightarrow x = 819,230$ km

38 - Solução

Para vencer os 3/4, levou

512 × 3/4 × 32 = 12 horas

Para vencer o resto, levará

512 ÷ (4 × 38) = 3 h 22 2/19 min.

Chegará no dia seguinte de manhã às

5h30 +12h + 3h 22 2/19m - 12 =

8 h 52 2/19 min.

39 - Solução

A 1.° locomotiva, saída de A às 6 h 37 min, chegará a D às:

6 h 37 min + (441 ÷ 40) = 17 h 38 min 30 s.

A que parte de B levará :

422 ÷ 39 = 10 h 49 min 13 11/13 s.

Deverá partir ás :

17h 38min 30s - 10h 49min 13 11/13s =

6 h 49 min 16 2/13 s.

A que parte de C levará:

185 ÷ 21 = 8 h 48 min 34 2/7 s.

Deverá partir ás : , .

17h 38min 30s - 8h 48min 34 2/7s =

8 h 49 min 56 5/7 s.

40 - Solução

Seja x o número de segundos pedido.

A distância entre as carretas que partiram de B e de C será :

800 + (1—0, 80)x = 800 + 0,2x.

O ponto do meio estará distante da carreta que partiu de B de :

(800+0,2x) ÷2=400+0,1x.

A carreta de A deve ganhar sobre o de B :

1000+400+0,1x=1400+0,1x.

E ganha por segundo : 1,25—0,80=0,45.

Pôde-se pois escrever 0,45x = 1400+0,1x.

x=1400 ÷ 0,35 = 4000

x= 1 h 6 min 40 seg.

41 - Solução

O trem em que vai a pessoa percorre em 3 s :

40000 × 3/(60 × 60) = 33 m 1/3.

o comprimento do expresso é de:

(6,25 × 15)+10=103,75 m

O expresso percorre em 3 seg. :

103,75—33 1/3=70 5/12 m

O expresso percorre em 1 hora:

(70 5/12 × 60 × 60) ÷ (1000 × 3) = 84, 5 km

42 - Solução

Seja x horas o tempo empregado. Durante x horas, o 1º percorre

48x km e o 2º, 52x km. Temos pois : 48x+52x= 500

Logo : x=5 ; 48x=240; 52x=260.

a) O 1º comboio percorre 240 km. ; b) o 2º, 260 km ; c) o encontro dar-se-á no fim de 5 horas.

43 - Solução

Seja x horas o tempo procurado. O 2º trem percorre neste tempo 60x km, e o 1º 50x km. A distância percorrida em x horas pelo 2º é igual a do 1º mais os 50 km de adiantamento, percorridos das 4 às 5 h.

Temos pois.

60x=50+50x.

Logo : x=5 e 60x=300.

1º) 5 horas ; 2º) 300 km.

44 - Solução

Seja x o tempo que decorre até o encontro. A 1ª carreta percorrerá em x horas vx e o 2º, v'x.

O espaço percorrido pela 2ª deve ser igual ao espaço percorrido pela 1ª aumentado do adiantamento de que já possuía no inicio.

Temos, pois :

$v'x = vx + d$;

logo:

$x = d/(v'-v)$

Resp. Encontrar-se-ão daqui a $d/(v'-v)$ horas.

45 - Solução

O batalhão levou 12—4= 8 horas para sua marcha. Este tempo compreende:

4 horas de marcha, das 4h. ás 8 h,

12 minutos de descanso,

1 hora de descanso, das 8 h 12 min ás 9 h 12 min;

e um pouco mais de 3 h de marcha, das 9 h 12 min às 12 h.

Para andar 4 km, leva $60 \times 4/5 = 48$ min ; logo na 1ª hora, andou 4 km e descansou 12 min.

Outro tanto fez das 5 h às 6 h e das 6h às 7h

Total: $4 \times 3 = 12$ km.

Das 7 h às 7 h 48 min andou 4 km e descansou 1 hora, até 8 h 48 min em que recomeçou a sua marcha.

Total : 4 km.

Andou igualmente 4 km, com descanso de 12 min, das 8 h 48 min às 9 h 48 min, das 9 h 48 min às 10 h 48 min e das 10 h 48 min às 11 h 48 min.

Total: $4 \times 3 = 12$ km.

Das 11 h 48 min às 12 h, há 12 min durante os quais o batalhão percorreu 1 km.

Logo, a etapa foi de 12+4+12+1 = 29 km.

Outra Solução

Tempo de operação : 12h - 4 h = 8 horas

Velocidade de marcha: v = 5 km/h

Tempo de parada + marcha:

Marcha: 4 = vt ou t = 4/5 hora ou 48 min - Parada: 12min - Total 60 min

O batalhão operou por 8 horas parando a cada hora. Mas, uma parada durou 48 min + 1 hora = 1h 48 min

Para completar 2 horas faltam 12 minutos.

Então o batalhão marchou :

- Em hora cheia: 8 - 2 =	6 horas
- Em hora quebrada:	1 hora 48 min
- Mais	12 minutos
- Total	8 horas

Nas 6 horas percorreu: 6 × 4	=	24 km
Na parada quebrada:	=	4 km
Nos 12 min:		
12/60 ⟶ 1/5		
5 × 1/5	=	1 km
Total:		29 km

46 - Solução

Às 13 h 40 min o trem A andou :

30 × (13 h 2/3—8)= 170 km e o trem B: 45 × 12/3=75 km.

O trem A possui então sobre o trem B um adiantamento de 170—75=95 km.

Para que B fique a 20 km de A, o adiantamento de A deverá ser :
95—20=75 km.
Numa hora, o trem B, com a velocidade de 60 km, ganha :
60—30=30 km.
Para ganhar 75km levará: 75 ÷ 30=2 h 30 m.
Logo, B ficará a 20 km de A às 13 h 40min +2 h 30 min =16 h 10 min

47 - Solução

Para andar os 12 km iniciais, A leva 60 × 12/48 = 40 minutos e outros tantos para voltar em companhia do amigo.

Supondo que B não tivesse parado no caminho, o atraso de A seria 40+40+20= 100 minutos.

Mas como B parou também 40 min, o atraso de A é apenas

100—40 = 60 min

Durante estes 60 min, B ganhou um adiantamento de 15 km.

Numa hora, A ganha sobre B a distância de

18 —15 = 3 km.

Para ganhar o adiantamento de 15 km e alcançar B, A levará

15 ÷ 3 = 5 horas.

Logo, a distância MN é : 18 × 5 = 90 km.

Para A a duração do trajeto é 100 minutos mais 5 horas, ou

6 horas 40 min.

Para B essa duração é também 90÷15 = 6 horas mais 40 min de descanso, ou 6 h 40 min.

48 - Solução

Notemos que C, na origem fica a 20+30 km de A. Imaginemos um 4º móvel D, sempre a meia-distância de B e C ; na origem este móvel D estará a 20+ (50-20)/2 =35 km do móvel A.

A velocidade do móvel D será a média aritmética das velocidades de B e C, ou (15+20) ÷ 2 = 17, 5 km por hora. .

Agora, o problema dado é o seguinte : dois móveis A e B ficam a 35 km e têm as velocidades respectivas de 30 km e 17,5 km por hora; quantos km A deve percorrer para alcançar D?

O adiantamento de D é de 35 km; em cada hora, A ganha 30—17,5=12,5 km sobre D; logo, para ganhar 35 km, A levará

32 ÷ 12,5 = 2 horas 48 min e percorrerá

30 × 35 ÷ 12,5 = 84 km

49 - Solução

Para andar os 2 km iniciais, o viajante levou

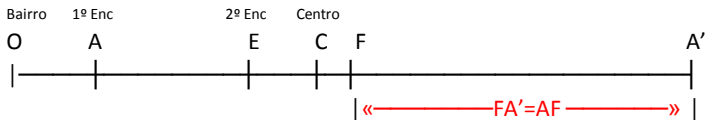
60 × 2 ÷ 6 = 20 min, e o bonde, 20—10=10 min.

A velocidade do bonde é

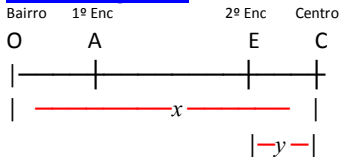
2 × 60 ÷ 10 = 12 km por hora.

Se o bonde não tivesse parado 10 min no centro, teria andado mais

12 × 10 ÷ 60 = 2 km, a saber: 1 km mais adiante até F e 1 km para voltar.

Sendo A o ponto do 1º encontro, o movimento seria o mesmo se o bonde partisse do ponto A' tal que FA'=AF, e corresse ao encontro do viajante.

Então, a parte do problema que vai desde o 1º encontro em A até o 2º encontro em E, equivale ao que segue :
Um bonde parte de um ponto A’ ao mesmo tempo que um viajante parte a pé de um ponto A; vão ao encontro um do outro com as velocidades de 12 km para o bonde e 6 km por hora para o viajante; cruzam-se em E a 11 km 1/3 do ponto A; qual é a metade AF da distância AA’?

O tempo levado pelo viajante para percorrer os 11 km 1/3 de AE é
(11 1/3) ÷ 6 horas; é o tempo levado para o viajante e o bonde encontrarem-se e percorrerem juntos, com a velocidade de 6+12=18 km por hora, a distância AA’ ; logo, a distância AA’ vale:
(11 1/3 × 18) ÷ 6 = 34 km.
A metade AF será 34 ÷ 2 = 17 km.
A distância AC entre o 1º encontro e o centro será 1 km a menos ou 16 km. A distância OC entre o bairro e o centro será 16+2=18 km.

Solução Algébrica

Dados do viajante:	Dados do bonde:
Velocidade = 6 km/h	saiu 10 minutos depois
Percorre OA = 2 km	percorre OA = 2 km
Percorre AE = 11 1/3 km	vai até F, pára 10 min, volta e
Encontra bonde em E	encontra viajante em E

Para o viajante percorrer OA gastará um tempo t_1. Temos:

$2 = 6t_1$ ou $t_1 = 1/3$ h

O bonde percorreu a mesma distância em um tempo $t_2 = 1/3 - 10$ min, ou

$t_2 = 1/3 - 10/60$ ou $t_2 = 10/60$ h

logo a velocidade do bonde é :

$2 = 10v/60$ ou $v = 12$ km/h

Para o viajante percorrer os 11 1/3 km (34/3) gastou:

$34/3 = 6t_3$ ou seja $t_3 = 34/18$ h

Seja x a distância do bairro ao centro. O tempo total gasto no problema é o tempo em que o viajante esteve andando. Então:

Para percorrer OA = 2km gastou   1/3 h

Para percorrer AE, até o ponto de encontro, gastou 34/18 h. No total:

$t = 1/3 + 34/18 \rightarrow t = 40/18$ h

Para o bonde:

O bonde terá que percorrer a distância $x + y$ (sendo y na volta)

Para percorrer x gastará $x/12$ h

Para percorrer y gastará $y/12$. Mas $y = x$ - OE

Mas OE= 2 + 11 1/3 $\rightarrow$ OE = 40/3 km

Temos pois:

Tempo total = $x/12$ + 10 minutos + $(x\text{-OE})/12$ + 10 min

$40/18 = x/12 + 10/60 + (x-40/3)/12 + 10/60$

$40/18 = x/12 + 10/60 + (x-40)/36 + 10/60$

$400 = 15x + 30 + 5x - 20 + 30$

$360 = 20x$

$x = 18$ km

50 - Solução

Das 7 h ás 9 h 30 min, há 2 h 30 min durante as quais o ciclista realiza um adiantamento de 15 × 2 h 30 min = 37,5 km.

Não parando, em cada hora o automóvel ganha 40—15=25 km sobre o ciclista.

Para ganhar 37,5 km deverá percorrer

40 × 37,5 ÷ 25 = 60 km; é a distância de São Paulo a Jundiaí.

Nestas condições, o ciclista e o automóvel chegam juntos a Jundiaí, ás 11 horas, pois que o ciclista levou 60 ÷ 15 = 4 horas para vencer estes 60 km.

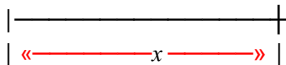
As 9 h 30 min +30 min +10 min =10 h 10 min, o automóvel acaba de consertar o motor e recomeça a correr; já percorreu

40 × 30 ÷ 60 = 20 km, ficando a andar ainda 60—20=40 km até Jundiaí, durante

11 h —10 h 10 min = 50 min.

Sua nova velocidade será, pois,

40 × 60 ÷50 = 48 km por hora ; logo, deve aumentá-la de 48—40= 8 km por hora.

Solução Algébrica

Se não houvesse defeito o carro alcançaria o ciclista em:

Ciclista = $x = v_1t_1$ (1)

Carro = $x = v_2t_2$ (2) mas $t_1 = t_2 + (9h\ 30\ min - 7h)$ ou

$t_1 = t_2 + 2{,}5$

Igualando (1) e (2) temos : $v_1(t_2 + 2{,}5) = v_2t_2$

$15(t_2 + 2{,}5) = 40t_2$

$t_2 = 1{,}5$ ou 1 h 30 min

Distância percorrida $x = 15{,}5 \times 40$ ou $x = 60$ km $\longrightarrow$ distância entre as cidades

Mas o carro andou 30 min e parou 10 min

Para andar 30 min a 40 km/h percorreu $40 \times 1/2 = 20$ km

Para alcançar o ciclista faltam 60 - 20 = 40 km que devem ser percorridos em: 1h 30min - (30+10) min ou t = 1,5 - 40/60 $\longrightarrow$ 5/6 h

Então a velocidade deve ser: 40 = 5/6 x v v= 240/5 v = 48 km/h

O aumento de velocidade dever ser 48 - 40 $\longrightarrow$ 8 km/h

---

51 - Solução

Para ir de A até B, o viajante leva 5÷4 = 1 hora 15 min ou 75 min. Portanto chegou em B às 6 + 1h 15min ou 7h 15 min

Para ir de A até B, um bonde leva $6 \times 5 = 30$ min.

O bonde que chega em B no mesmo tempo que o viajante, último encontrado por este no sentido AB, partiu 75—30=45 min depois das 6 horas.

De sentido AB, o viajante encontrou um bonde cada 5 min ou 45÷5=9 bondes.

Contando-se também como encontrado pelo viajante, o bonde partido de A às 6 h no mesmo tempo que o viajante, o total dos bondes encontrados no caminho AB será 9+1=10 bondes.

De sentido BA, durante os 75 minutos, todos os bondes são encontrados pelo viajante; são 75÷5=15 bondes, sem contar o que sai de B às 7 h 15 min, no momento mesmo em que o viajante chega em B. Contando-se mais este, que sai de B às 7 h 15 min, o total dos bondes de sentido BA encontrados pelo viajante, é de 15+1 = 16 bondes.

Para chegar em B às 7 horas, o viajante deve tomar em caminho o bonde que sai de A 30 min antes das 7 h, a saber o que sai de A às 6 h 30 min.

52 - O 1º viajante, para efetuar o trajeto, leva

330 ÷ 45 = 7 h 20 min

Até 11 h 20 min

(9h 50min + 1 h 30min = 11h 20 min), o 2º viajante voou durante

2h 50 min

e percorreu

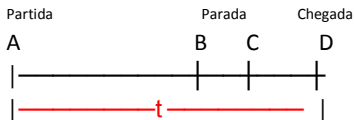
90 × 2 h 50 min = 255 km,

restando ainda

330—225=75 km para chegar a Córrego Fundo. A viagem em automóvel dura

7 h 20 min —2h 50min —1 h 30 min = 3 horas.

A velocidade do automóvel deve ser: 75÷3=25 km por hora.

Solução Algébrica

O 1º viajante, para efetuar o trajeto, gasta t = 330 /45 = 7 h 20 min

Para chegarem juntos, o 2º viajante , deverá também gastar o mesmo tempo.

Então realiza o trecho AB a 90 km/h em (9h 50 - 7h) = 2h 50 ou 17/6h

O trecho AB tem pois AB = 17/6 $\times$ 90 $\rightarrow$ 255 km

O trecho BC, vale 0, pois foi a parada de 1h 30 min ou 3/2 h

O trecho CD vale 330 - 255 = 75 km

O trecho CD = vt ou seja t = CD/v $\rightarrow$ t = 75/v

Temos então a equação de tempos:

Tempo total = tempo de (AB + BC + CD)

330/45 = 17/6 + 3/2 + 75/v

330/45 = 26/6 + 75/v

75/v = 330/45 - 26/6

75/v = 3 $\rightarrow$ v = 25 km/h

53 - Solução Aritmética

Suponhamos que o automóvel deixe os primeiros viajantes no fim de 34 km; então, voltará buscar os 2 outros; ao todo, o veículo e os segundos viajantes a pé, quando se encontrarem, terão percorrido juntos 34+34=68 km, indo ao encontro uns dos outros; nestas condições as velocidades se acrescentam, e os segundos viajantes a pé andam 4 km para um percurso de 30+4=34 km; nos 68 km, os segundos viajantes a pé terão percorrido

$4 \times 68/34 = 8$ km

e o veículo

34 km para ir e 34—8=26 km para voltar.

Para voltar e percorrer estes 26 km, o veículo leva

26÷30= 13/15 de hora.

Durante este tempo, os primeiros viajantes andam a pé e percorrem

$4 \times 13/15 = 52/15$ de km ou 3 7/15 km.

Têm, então, sobre o veículo um adiantamento de

26+3 7/15 = 442/15 ou 29 7/15 km.

Em cada 30 km, o veículo ganha

30 —4 =26 km sobre os primeiros viajantes;

para ganhar o adiantamento de 442/15 de km andará

$(30 \times 442) \div (26 \times 15) = 34$ km

e alcançará os primeiros viajantes a pé, sendo a distância entre o ponto inicial e o final :

34+8=42 km.

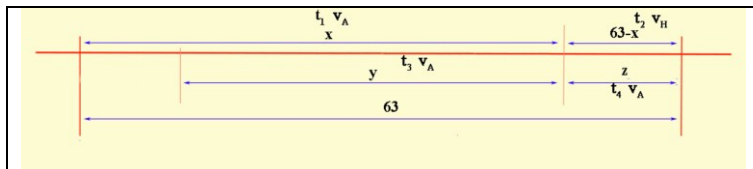
Mas a distância a vencer é de 63 km em lugar de 42 km; bastará uma série de proporções para reduzir os resultados precedentes a um percurso total de 63 km.

Temos :

1º Para que os 4 viajantes cheguem juntos, o veículo deve deixar os primeiros após $34 \times 63/52 = 51$ km.

2º Os dois primeiros viajantes fazem primeiro 51 km de veículo e depois $8 \times 63/42 = 12$ km a pé; os dois segundos viajantes andam primeiro 12 km a pé e depois 51 de veículo.

3º O veículo deixa os primeiros viajantes a
$51 \div 30 = 1$ h 42 min depois da partida, toma os segundos viajantes a
$(51+(26 \times 63)/42)\div 30=3$ horas depois da partida
e chega ao ponto final a
$(51+ (26\times 63)/42+51)\div 30=$ 4 horas 42 min depois da partida

Solução Algébrica
Esquema:

Sejam:

x a distância percorrida de carro pelos primeiros viajantes

z a distância percorrida pelos primeiros viajantes a pé, até ao final da viagem

t_1 o tempo gasto pelos primeiros viajantes na viagem de carro

t_2 o tempo gasto pelos primeiros viajantes na viagem a pé

y a distância percorrida pelo carro voltando para pegar os segundos viajantes

t_3 o tempo gasto pelo carro voltando para pegar os segundos viajantes

t_4 o tempo para o carro percorrer z

$t_1 + t_2$ é o tempo total gasto na viagem

v_A = velocidade do automóvel

v_H = velocidade do viajante

Fórmulas:

$v_A = 30$ km/h $\rightarrow$ 1/2 km /min

$v_H = 4$ km/h $\rightarrow$ 1/15 km/min

$z = 63 - x$ (A)

$x = v_A t_1 \rightarrow x = t_1/2 \rightarrow t_1 = 2x$

$z = v_H t_2 \rightarrow 63 - x = t_2/15 \rightarrow t_2 = 15(63-x)$

$t_2 = 945 - 15x$

$y = v_A t_3 \rightarrow y = t_3/2 \rightarrow t_3 = 2y$

$t_4 = t_2 - 2t_3 \rightarrow t_4 = 945 - 15x - 4y$

$y + z = v_A t_3 + v_A t_4$

$y + z = v_A (t_3 + t_4)$ (1)

$x - y = v_H t_1 - v_H t_3$

$x - y = v_H (t_1 - t_3)$ (2)

Em (1)

$y + 63 - x = 1/2\ [\ 2y + 945 - 15\,x - 4y]$

$2y + 126 - 2x = 2y + 945 - 15\,x - 4y$

$15x - 2x = 819 - 4y$

$\mathbf{13x = 819 - 4y}$ (3)

Em (2)

$x - y = 1/15\ [2x + 2y)$

$15x - 15y = 2x + 2y$

$\mathbf{13x = 17y}$ (4)

(3) → (4)

$17y = 819 - 4y$

$21y = 819$

y **= 39 km**

Em (4)

$13x = 17 \times 39$

$x = 17 \times 3$

x **= 51 km**

Mas em (A)

$z = 63 - x$

z **= 63 - 51** → z **= 12 km**

Tempos:

$t_1 = 2x \rightarrow t_1 = 2 \times 51 \rightarrow$

$t_1 = 102$ min

$t_2 = 945 - 15 \times 51 \rightarrow$

$t_2 = 945 - 765$

$t_2 = 180$ min

$t_3 = 2y \rightarrow t_3 = 2 \times 39 \rightarrow$

$t_3 = 78$ min

$t_4 = 945 - 15x - 4y \rightarrow$

$945 - 765 - 4 \times 39$

$t_4 = 180 - 156 \rightarrow t_4 = 24$ min

tempo total =

$t_1 + t_2 \rightarrow 102 + 180 =$

282 min

Respostas

1ª - Deve deixar os primeiros viajantes a 51 km do ponto de partida

2ª - Os viajantes andaram 51 km de carro e 12 km a pé

3ª - O carro deixa os viajantes aos 102 min, apanha os próximos aos 180 minutos e o percurso total será de 282 minutos

Em horas:

102 min = 1 h 42 min

180 min = 3 h

282 min = 4 horas 42 min

54 - Solução

Pelos dados, o batalhão gasta 10 min por km. Às 8 h 40 min, andou 5+5+5+4=19 km; é o adiantamento que o ciclista deve ganhar. Para isto, temos o seguinte quadro:

	Batalhão	Ciclista
Das 8 h 40 às 9 h	1 km	4 km
Das 9 às 10 h	5 km	12 km
Das 10 às 11 h	5 km	12 km
Total	11 km	28 km

Logo, às 11 h, o ciclista já ganhou 28—11 =17 km sobre o batalhão; ainda resta a ganhar 19—17=2 km.

Em 50 min o batalhão percorre 5 km e o ciclista 10 km e o ganho deste é 10—5=5 km sobre o primeiro. Logo, para ganhar 2 km o ciclista gastará

$50 \times 2/5 = 20$ min

e percorrerá

$12 \times 20/60 = 4$ km.

Portanto, o ciclista alcança o batalhão às 11 h 20 min a 28+4=32 km do quartel.

O ciclista descansa 1 hora e parte ás 12 h 20 min, à razão de 15 km por hora; às 12 h 40 min, tem percorrido

$15 \times 20 \div 60 = 5$ km.

e o 2º batalhão $5 \times 4=20$ km. Portanto, às 12h 40 min, o ciclista e o batalhão estão a

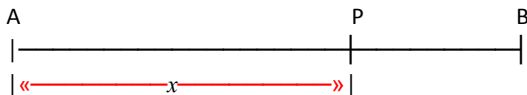
32—5—20 = 7 km de intervalo, indo ao encontro um do outro.

Em 50 min o batalhão anda 5 km e o ciclista $15 \times 50 \div 60 = 12,5$ km, ambos aproximando-se um outro de 5+12,5=17,5 km; logo, para se aproximarem de 7 km, levarão

$50 \times 7 \div 17,5 = 20$ min, e o batalhão andará

$5 \times 20 \div 50 = 2$ km; portanto, o encontro dar-se-á às 12 h 40 min + 20min = 13h e a 20+2=22 km do quartel.

55 - Solução

Suponhamos que os automóveis passem um pelo outro no ponto P. Seja x a distância AP entre esse ponto e A. A distância entre esse ponto e B será BP : 27— x

As distâncias percorridas pelos automóveis são proporcionais às velocidades. Podemos, pois, escrever a
equação :

$x \div 80 = (27\text{-}x) \div 100 \quad \rightarrow x = 12$

Os dois automóveis vão passar um pelo outro a 12 quilômetros de A.

56 - Solução

Seja x o número de horas até o encontro ; a 1ª carreta percorre

$6x$ km e o 2º, $8x$ km.

Tinham 12 km de separação no princípio de x; agora, encontram-se,

logo : $8x{=}12{+}6x$

logo: $x{=}6$

Resp. Daqui a 6 horas.

57 - Solução

Sejam x o número de quilômetros dos trechos em subida e y o número de quilômetros dos trechos em descida, percorridos na ida.

Para percorrer a distância x com a velocidade de 20 km por hora, o ciclista gasta $x/20$ horas; e para percorrer a distância y com a velocidade de 30 km por hora gasta $y/30$. Mas, na ida gastou 2 horas e 50 minutos, ou, reduzindo esse complexo à fração da hora, 170/60 horas.

Temos, pois, a equação :

$x/20 \ + y/30 \ = 170/60 \ \ (1)$

Na volta o ciclista percorreu y quilômetros em subida e x quilômetros em descida. Para percorrer a distância y com a velocidade de 20 km por hora gastou $y/20$ horas; e para percorrer a distância x com a velocidade de 30 km por hora gastou $x/30$ horas. Como na volta gastou 3 horas para percorrer a estrada, podemos escrever a equação :

$y/20 + x/30 = 3$ (2)

Resolvendo o sistema formado pelas equações (1) e (2), encontramos :

$x=30$ e $y=40$

Na ida o ciclista percorreu 30 km em subida e 40 km em descida.

58 - Solução por Luis VC Vallejo

Dados:

$x + y + z = 100$

Tempo subida = 4h 24min

Tempo descida = 4h 36 min

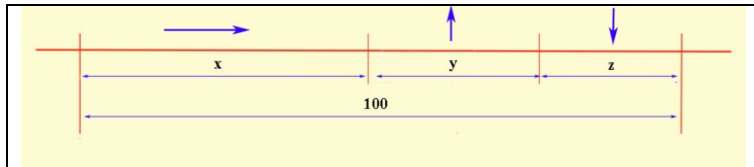
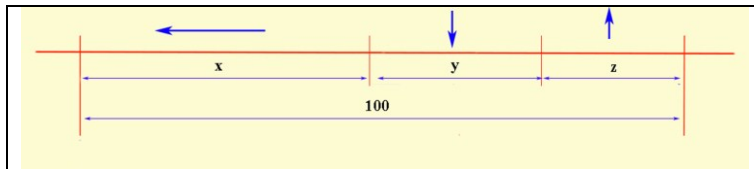
Acertos:

4h 24 min = 4,4 h

4h 36 min = 4,6 h

t4 = t1

$z = 100 - x - y$

IDA:

Trecho x	Trecho y	Trecho z
v = 25	v = 15	v = 30
tempo= t1	tempo = t2	tempo = t3

VOLTA:

Trecho x	Trecho y	Trecho z
v = 25	v = 30	v = 15
tempo= t4	tempo = t5	tempo = t6

Equações

IDA	VOLTA
$x = 25t1 \rightarrow t1 = x/25$	$x = 25t1 \rightarrow t1 = x/25$
$y = 15t2 \rightarrow t2 = y/15$	$y = 30t5 \rightarrow t5 = y/30$
$z = 30t3 \rightarrow t3 = z/30$	$z = 15t6 \rightarrow t6 = z/15$

$t1 + t2 + t3 = 4{,}4 \longrightarrow x/25 + y/15 + z/30 = 4{,}4$ (1)

$t1 + t5 + t6 = 4{,}6 \longrightarrow x/25 + y/30 + z/1 = 4{,}6$ (2)

(1)

$(6x + 10y + 5z)/150 = 4{,}4$

$6x + 10y + 5z = 150 \times 4{,}4$

$6x + 10y + 5z = 660$

(2)

$(6x + 5y + 10z)/150 = 4{,}6$

$6x + 5y + 10z = 150 \times 4{,}6$

$6x + 5y + 10z = 690$

mas $z = 100 - x - y$

(1)

$6x + 10y + 5(100 - x - y) = 660$

$6x+10y+500-5x-5y = 660$

$x + 5y + 500 = 660$

$x + 5y = 160$ (3)

(2)

$6x + 5y + 10(100 - x - y) = 690$

$6x+5y+1000-10x-10y = 690$

$-4x - 5y + 1000 = 690$

$-4x - 5y = -310$ (4)

Eliminando o y por adição em (3) e (4)

$-3x = -150$

$x = 50$

$x + 5y = 160$

$50 + 5y = 160$

$5y = 110$

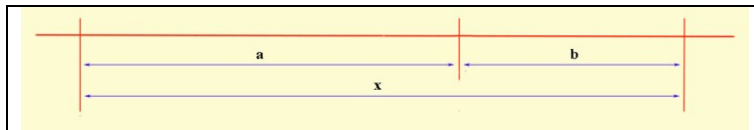
$y = 22$

$z = 100 - x - y$

$z = 100 - 50 - 22$

$z = 28$

Resp.: 50, 22 e 28.

59 - Solução por Luis VC Vallejo

Temos:

x = a +b a = 20 b = x -20	tempo economizado = 40 min = 2/3 hora tempo adicionado = 20 min = 1/3 hora

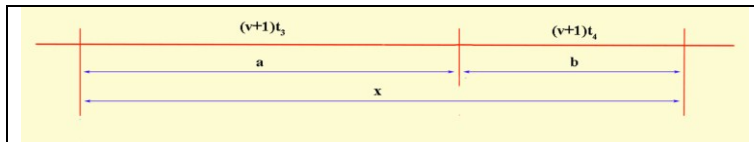
Percurso executado:

Em a:	Em b:	Equações:
Velocidade = v	Velocidade = v+1	A = vt_1
Tempo = t_1	Tempo = t_2	B = $(v+1)t_2$

1º Hipótese:

Economia de 40 min

Percorrendo x na velocidade (v+1)

Reduz o tempo de percurso em 40 min

Temos

em a:

Velocidade = (v+1)

Tempo = t_3

Em b:

Velocidade = (v+1)

Tempo = t_4

Mas, nesse caso, o tempo de percurso em b é o mesmo gasto no percurso executado em b anteriormente: Ou seja : $t_4 = t_2$

Então a economia de tempo foi feita apenas no percurso a. Temos, pois:

$t_3 = t_1 - 2/3$

$a = vt_1 \rightarrow 20=vt_1 \rightarrow$ **$t_1 = 20/v$** (1)

$a = (v+1)t_3 \rightarrow 20 = (v+1)(t_1 - 2/3)$

$20 = (v+1)(20/v - 2/3) \rightarrow 20 = (v+1)[(60-2v)/3v]$

$60v = 60v - 2v^2 + 60 - 2v$

$2v^2 + 2v - 60 = 0 \rightarrow v^2 + v - 30 = 0$

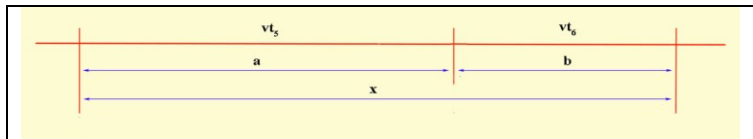
Resolvendo: v = 5 km/h

Subs. em (1)

$t_1 = 20/5 \rightarrow t_1 = 4$ horas

2º Hipótese: Aumento de 20 min

Percorrendo x na velocidade v

Aumenta o tempo de percurso em 20 min

Temos

em a:

Velocidade = v

Tempo = t_5

Em b:

Velocidade = v

Tempo = t_6

Mas, nesse caso, o tempo de percurso em a é o mesmo gasto no percurso executado em a anteriormente na 1ª hipótese. Ou seja : $t_5 = t_1$
Então o aumento de tempo foi feito apenas no percurso b.
Temos, pois:

Percurso executado` : $b = (v+1)\ t_2$ Mas $v = 5 \rightarrow b = 6t_2$

Então $t_2 = b/6 \rightarrow t_2 = (x-20)/6$

Na 2ª hipótese:

$t_6 = t_2 + 1/3$

$b = vt_6$

$b = x-20$

$b = (v+1)t_2$

Então:

$x-20 = vt_6 \rightarrow x-20 = v\ (t_2 + 1/3)$

$x - 20 = 5\ [(x-20)/6 + 1/3)$

$x - 20 = 5\ (\ x-20 + 2)/6$

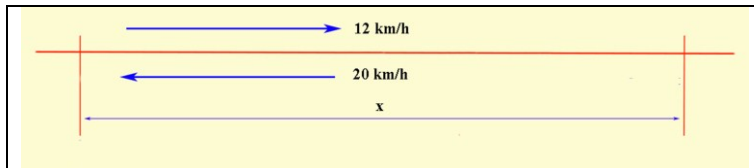
$6x - 120 = 5(x-18)$

$6x - 120 = 5x - 90$

$6x - 5x = 120 - 90$

$x = 30$ km

Resp: 30 km.

60 - **Solução por Luis VC Vallejo**

Sejam

v_s = velocidade de subida

v_d = velocidade de descida

t_1 = tempo de subida

t_2 = tempo de descida

x = comprimento da estrada

$t_1 - t_2$ = 16 min = 4/15 hora

então:

$v_s = x/t_1 \rightarrow 12 = x/t_1 \rightarrow$

$x = 12t_1$ (1)

$v_d = x/t_2 \rightarrow 20 = x/t_2 \rightarrow$

$x = 20t_2$ (2)

mas $t_1 - t_2 = 4/15 \rightarrow t_1 = 4/15 + t_2$

(1) = (2)

$12t_1 = 20t_2$

$20t_2 = 12\,(4/15 + t_2)$

$20t_2 = 48/15 + 12t_2$

$8t_2 = 48/15 \rightarrow t_2 = 2/5 \rightarrow t_2 = 0{,}4$ h

Subst. em (2)

$x = 20t_2 \rightarrow x = 20 \times 0{,}4 \rightarrow x = 8$ km

Resp: 8 Km

CAPÍTULO VI

Diversos

Obs: O entendimento do enunciado faz parte do problema. Portanto o aluno deve compreender acertadamente o que se pede e fazer gráficos e figuras para ajudar na solução

1 - Solução

A cada volta de uma roda grande, as rodas pequenas dão 1 volta mais :
2,4 — 2 = 0,4 m
Para que as rodas pequenas tenham um excesso de 2 m é preciso:
2 ÷ 0,4 = 5 voltas das rodas grandes.
Com efeito, 5 voltas das rodas grandes fazem 2,4 × 5 = 12 metros ou
12 ÷ 2 = 6 voltas das rodas pequenas, e as rodas menores dão 1 volta a mais que as rodas grandes (numa distância de 12 metros).
A distância percorrida é de
12 × 1.250 = 15.000 metros.

Solução Algébrica

Seja x a distância percorrida

A roda pequena tem 2 m de circunferência. Então a cada volta percorre 2 m. Seja vp o número de voltas da roda pequena. Então:

$x = 2 \times vp$ (1)

A roda grande tem 2,4 m de circunferência. Então a cada volta percorre 2,4 m. Seja vg o número de voltas da roda grande. Então:

$x = 2,4 \times vg$ (2)

Então:

$2 \times vp = 2,4 \times vg$

Mas:

$vp = 1250 + vg$

Então:

$2\ (1250 + vg) = 2,4 \times vg$

$2500 + 2vg = 2,4\ vg$

$2500 = 2,4\ vg - 2\ vg$

$2500 = 0,4\ vg$

$vg = 6250$

De (2) temos que

$x = 2,4 \times vg$ então

$x = 2,4 \times 6250$ ou

$x = 15000$ metros

2 - Solução

As rodas darão: 5.000 ÷ 3,145 = 1.589,89 voltas

Solução Algébrica

1 volta	→	3,145 m
x voltas	→	5000 m

$x = 5000 \div 3,145$

$x = 1589,89$ voltas

3 - Solução

As rodas maiores darão : 13.212 ÷ 2,25 = 5.872 voltas.

As menores darão : 13.212 ÷ 1,44 = 9.175 voltas.

As rodas menores darão : 9.175 — 5.872 = R. 3.303 voltas a mais do que as grandes.

Solução Algébrica

Seja x a distância percorrida. A roda pequena tem 1,44 m de circunferência. Então a cada volta percorre 1,44 m. Seja vp o número de voltas da roda pequena. Então: x = 1,44 $\times$ vp

Como x = 13,212 km então:

13212 = 1,44vp ou vp = 13212/1,44 ou vp = 9175

A roda grande tem 2,25 m de circunferência. Então a cada volta percorre 2,25 m. Seja vg o número de voltas da roda grande. Então:

x = 2,25 $\times$ vg

Como x = 13,212 km então:

13212 = 2,25vg ou vg = 13212/2,25 ou vg = 5872 Então:

As rodas menores darão : 9.175 — 5.872 = 3.303 voltas a mais do que as grandes.

4 - Solução

Em 1 h ou 60 min as rodas dão: 45.000 ÷ 7,5 = 6.000 voltas.

Em um minuto elas dão: 6000 ÷ 60 = 100 voltas.

5 - Solução

As grandes rodas tem $\pi \times$ 1,4 de circunferência e as pequenas, $\pi \times$ 0,8. Seja x a distância percorrida.

As grandes rodas deram $x \div (\pi \times 1{,}4)$ voltas para percorrê-la e as pequenas, $x \div (\pi \times 0{,}8)$ voltas.

E temos a equação: $x / (\pi \times 0{,}8) - x / (\pi \times 1{,}4) = 2000$

Resp: 11.728,6 metros

6 - Solução

Quando a roda maior dá uma volta, a menor percorre 3 m 2/5 e dá uma volta mais 3 2/5—2 2/3 = 11/15 de metro.

Para que a roda menor dê uma volta a mais que a maior, esta deve dar 2 2/3 ÷ 11/15 = 40/11 de volta

E o carro deve percorrer: 3 2/5 × 40/11 = 136/11 de metro.

Para que a roda menor dê 1.650 voltas a mais, deverá o carro percorrer 136/11 × 1650 = 20.400 m.

7 - Solução

Em um segundo, a roda dá:

91 ÷ 3 3/4 = 24 voltas 4/15

Em 5 horas 3/4, dará:

24 4/15 × 5 3/4 × 3600 = 502320 voltas.

8- Solução

Quando a roda menor dá 7 voltas, a maior dá 3. O que faz uma diferença de 7—3= 4 voltas.

Logo, a roda maior deu: 3 × 1600/4 = 1200 voltas.

A distância percorrida é: 4 1/5 × 1200=5040 m.

9- Solução por Luis VC Vallejo

Seja x o lado do quadrado e y o lado do quadrado da alameda, conforme a fig 1

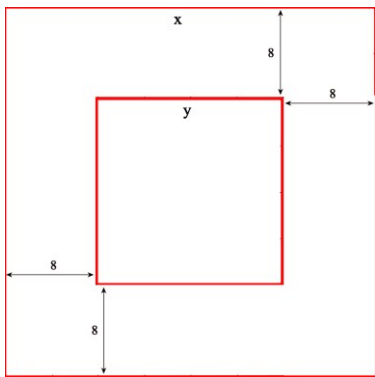



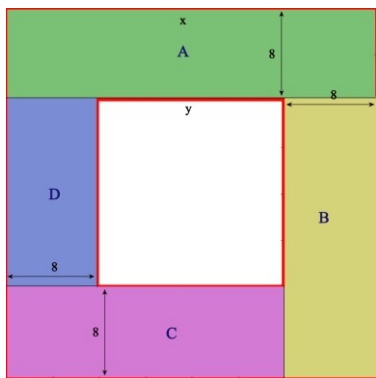
Fig 1

A área do quadrado S é igual a x^2 (fig 1)

S= 33856 Então $x = \sqrt{S}$ ou

x = 184 m

O lado do quadrado da alameda y = 184 -16 ou y = 168 m

O comprimento da alameda L será a soma dos comprimentos de A, B, C, e D (fig 2)

(fig 2)

Temos então:

A= x = 184

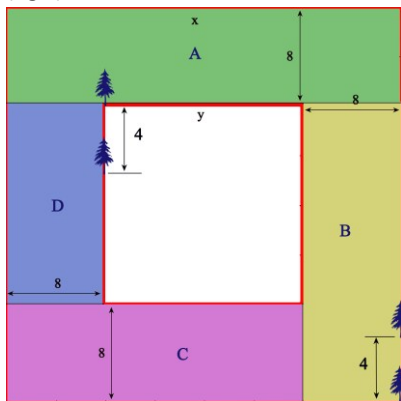
B = 168 + 8 = 176

C = 168 + 8 = 176

D = y = 168

L $\longrightarrow$ 184+176 + 176 + 168 = 704

A superfície da alameda é dada pois por seu comprimento multiplicado pela sua largura. Então: S = 704 $\times$ 8 = 5632 m^2
(resposta 1)

Fig 3

A superfície do largo menos a alameda é a superfície do quadrado de lado y. Então:

S = y^2 ou S = 168^2

S = 28224 m^2 (resposta 2)

As árvores estão plantadas de 4 em 4 metros no quadrado exterior e interior (fig 3)

O perímetro do quadrado exterior é 4 x ou seja

184 $\times$ 4 = 736

Como há uma árvore a cada 4 metros então existem

$736 \div 4 = 184$ árvores

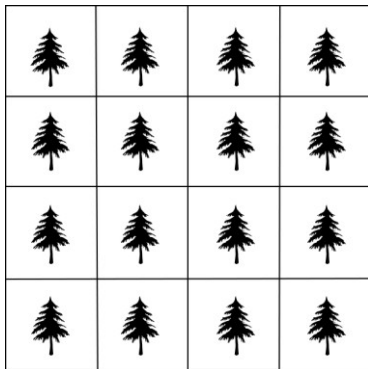
O perímetro do quadrado interior é de $4y$ ou seja $168 \times 4 = 672$

Como há uma árvore a cada 4 metros então existem

$672 \div 4 = 168$ árvores

O total de árvores plantadas é de $184 + 168 = 352$ árvores (resposta 3)

10- Solução por Luis VC Vallejo

O problema pede que se encha um quadrado de árvores em fileiras paralelas e equidistantes nos dois sentidos. Supondo-se que coloquemos 4 arvores por fileiras o quadrado ficará assim:

O número de árvores será pois 16. Então se existirem x arvores por fileira o seu total y será igual a x^2

Sejam então y o total de árvores e x a quantidade de árvores em cada fileira. No primeiro caso temos:

$$x^2 + 92 = y \qquad (1)$$

Colocando mais uma árvore na fileira, esta terá $x+1$ arvores.

Então:

$(x+1)^2 - 37 = y$

$x^2 + 2x + 1 - 37 = y$ (2)

Comparando-se (1) com (2)

$x^2 + 92 = x^2 + 2x + 1 - 37$

$2x = 92 - 1 + 37$

$2x = 128$

$x = 64$

O número de arvores é (1)

$y = x^2 + 92$

$y = 4096 + 92$

$y = 4188$

11- Solução por Luis V Vallejo

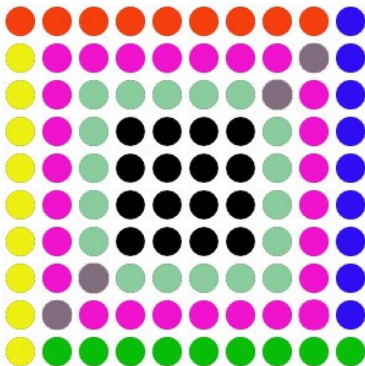



Fig 1

Observando-se a figura vemos que na 1ª fileira temos 10 pontos. Desses 9 são vermelhos e um azul, pois o azul além de ser do primeiro lado da primeira fileira também pertence ao segundo lado da primeira fileira. Assim acontece com os pontos verdes e os amarelos.

Como existem 4 pontos que pertencem a dois lados simultaneamente, na verdade teremos 36 pontos na primeira fileira em todos os lados do quadrado.
Seja x homens no lado do quadrado exterior. Os 4 lados encerram cada um x—1 homens e ao todo 4x—4 homens.
No caso x = 10 número de homens = 4 $\times$ 10 - 4 = 36
Na segunda fileira (pontos lilás) temos em cada lado do quadrado um ponto amarelo, um azul, um cinza e sete lilás. Então com relação aos dez pontos do quadrado externo o quadrado lilás terá 10 -3 ou seja 7 pontos lilás e o número de pontos em todos os lados do quadrado será 28.
Então no quadrado do meio, haverá x—3 homens em cada lado e ao todo 4x—12 homens.

Na terceira fileira (pontos magenta) temos em cada lado do quadrado um ponto amarelo, dois lilás, um azul, um cinza e 5 magenta. Então com relação aos dez pontos do quadrado externo o quadrado magenta terá 10 -5 ou seja 5 pontos magenta e o número de pontos em todos os lados do quadrado será 20. Então No quadrado do meio, haverá x—5 homens em cada lado e ao todo 4x—20 homens.
Logo:
(4x—4)+(4x—12)+(4x—20) = 1404
12x -36 = 1404
12x = 1440
x=120.

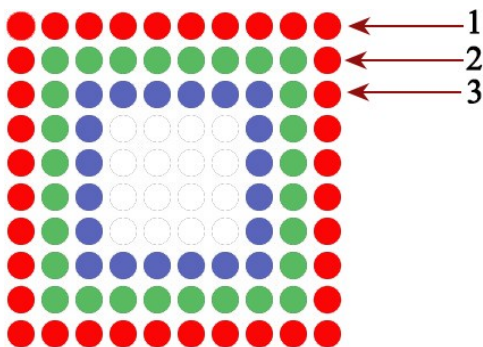



Fig 2

Então na fileira 1 haverá 120 homens.

Na fileira dois, os homens do quadrado verde, serão 120 - 2= 118 e na fileira 3, o homens do quadrado azul, serão 120 - 4 = 116

Resp. Haverá 120 homens na fileira do quadrado exterior; 118, no quadrado do meio e 116, no quadrado interior.

12- Solução

Sejam x, y, z e w as quatro partes; teremos, conforme o enunciado as seguintes equações:

$x+y+z+w = 9246$ (1)

$x/y = 2/3 \rightarrow y = 3x/2$

$y/z = 5/6 \rightarrow y = 5z/6$

$3x/2 = 5z/6 \rightarrow z = 9x/5$

$w/z = 4/3 \rightarrow w = 4z/3$

$w = 12x/5$

Então em (1):

$x + 3x/2 + 9x/5 + 12x/5 = 9246$

$67x = 92460$

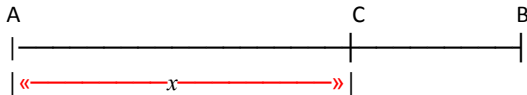
$x = 1380$

logo: x=1380;

y=2070;

z =2484;

w=3312.

13- Solução

Seja C o ponto pedido. Façamos AC =x; teremos

BC = 500—x

Vejamos agora quanto se paga para a tonelada de minério vindo da A para C:

$30 + 0{,}060x$ (1)

O preço da tonelada de minério vindo de B para C:

$38 + 0{,}05(500-x)$ (2)

Como esses preços são iguais, temos

$30+0{,}060x = 38+0{,}05(500-x)$.

$x = 300$.

O ponto pedido C está a 300 km de A e a 200 km da B.

14 - Solução

Se o 1º trabalhou x dias, ganhou $96/x$ por dia; o 2º, tendo trabalhado 6 dias a menos, ganhou por dia $54/(x-6)$

Se o 1º tivesse trabalhado 6 dias a menos, teria ganho $96/x \times (x-6)$.

E se o 2º tivesse trabalhado x dias, teria ganho $54/(x-6) \times x$.

Temos assim a equação:

$96/x \times (x-6) = 54/(x-6) \times x$

$96(x-6)/x$

Logo: $x' = 24$ e $x'' = 24/7$

R. 1º, 24 dias; 2º, 18 dias; 4$ e 3$.

Interpretação do valor de x'' .

Este valor é positivo, mas $x-6$ é negativo para $x = 24/7$, portanto inadequado.

15- Solução

A perda causada pelos ovos quebrados é de 0,70 $\times$ 5 = $3,5

Em cada um dos ovos que ficam, ela recupera 0,80—0,70 = $0,10.

Para recuperar $3,50 ela deve vender 3,50 $\div$ 0,10=35 Ovos.

A camponesa levava 35+5=40 ovos.

Solução Algébrica

Seja x o número de ovos. Se vender todos por 0,7 vai apurar 0,7 $\times x$

Se quebrou 5 então leva agora (x-5). Se vender esses por 0,8 ganhará o mesmo que ganharia se não tivesse quebrado nenhum, ou seja 0,7x

Então: $0{,}8(x - 5) = 0{,}7x$.

$0{,}8x - 4 = 0{,}7x$

$x = 40$

16 - Enunciado revisto e solução por L Vallejo:

O valor de cada quilômetro é 36/60 ou seja $0,6 por km. Ao fim de 25 km, o valor devido será 25 $\times$ 0,6 = $15.

Então, ao cabo de 25 km cada passageiro deverá pagar 15 $\div$ 4 = $3,75

Quando entram mais 3 passageiros, faltam 60 - 25 = 35 km a percorrer. Então o valor devido é 35 $\times$ 0,6 =$21.

Agora são 4+3 = 7 passageiros e cada um pagará 21 $\div$ 7 = $3

Então, os 4 primeiros passageiros pagarão cada um 3,75 da primeira etapa mais 3 da segunda etapa, que equivale a 3,75 + 3 = $6,75

Os 3 últimos pagarão cada um $3.

17 - *Solução Algébrica*

Seja x o número de pessoas e y o valor de cada refeição

Então: $xy = 120$

Depois que 10 dão o calote, o número de pessoas fica igual x-10 e o valor de cada refeição fica aumentado de 1, ou y+1.

Então: $(x-10)(y+1) = 120$

$x\,y + x - 10y - 10 = 120$

Mas $x\,y = 120$ e $y = 120/x$. Então:

$120 + x - 1200/x - 10 = 120$

$x^2 - 10x - 1200 = 0$

$x = 40$

R. 40 pessoas

18 - Solução

O preço do um dia de trabalho é um divisor comum ao números 112 e 168 e portanto um divisor do m.d.c. 56.

$112 = 2^4 \times 7$

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$

O mdc é $2^3 \times 7 = 56$

Os divisores de 56 são : 1, 2, 4 7, 8, 14, 28 e 56.

O preço de um dia é pois de $7.

R. a 1ª vez trabalhou 112 ÷ 7 = 16 dias.

a 2ª vez trabalhou 168 ÷ 7 = 24 dias.

19 - Solução

A capacidade de cada pipa é igual ao m.d.c. de 1632, 1824 e 2208, isto é, 96.

R. O número de pipas de cada espécie é de

1632÷96=17; 4824÷96=19 2208÷19=23.

20 - Solução

A quantia recebida deve ser um múltiplo comum de 220, 280 e 340.

Temos:

$220=2^2 \times 5 \times 11$

$280=2^3 \times 5 \times 7$

$340=2^2 \times 5 \times 17$

O m.m.c. é $2^3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 17 = 52360$. Só este número satisfaz as condições do problema.

O número de semanas é pois

52360÷220 = 238;

52360÷230 = 187;

5236÷34 = 154.

21 - Solução

O número procurado é um múltiplo de 12 e de 10 aumentado de 8.

Temos

$12=2^2 \times 3$

$10=2 \times 5$.

O mmc destes números é $2^2 \times 3 \times 5=60$.

Os múltiplos de 60 são :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60

$60 \times 1=60$; $60 \times 2=120$; $60 \times 3=180$; $60 \times 4=240$ etc..

O número 180 está compreendido entre 150 e 200.

O número de ovos é de 180+8 = 188.

22 - Solução

Este número é o m.m.c. de 6, 8, 10 e 12, inferior a 700, que, aumentado de 5 seja divisível por 11.

Então:

$6 = 2 \times 3$

$8 = 2^3$

$10 = 2 \times 5$

$12 = 2^2 \times 3$

O m.m.c. destes números é $2^3 \times 3 \times 5 = 120$; os múltiplos de 120 inferiores a 700 são:

$120 \times 1=120$; $120 \times 2=240$; $120 \times 3=360$; $120 \times 4=480$; $120 \times 5=600$.

Estes números aumentados de 5 dão :

125, 245, 365, 485, 605.

605, sendo divisível por 11, satisfaz as condições do problema.

R. Este número é 605.

23 - Solução

Representando por A e B os dois números procurados, temos :

A/35 = q   e B/35 = q'

logo A=35 × q e B=35 × q' e A+B=35 (q+q').

Dividindo cada membro por 35 vem :

q+q' = (A+B)/35 → 245/35 → 7

Vamos agora decompor 7 em duas parcelas primas entre si, e multiplicar 35 por cada uma delas.

Temos : 7→ 1+6; 2+5; 3+4

O problema tem pois três soluções

1º. 35 × 1=35 e 35 × 6=210.

2º. 35 × 2=70 e 35 × 5=175.

3º. 35 × 3=105 e 35 × 4=140.

24 - Solução

A quantia repartida é um múltiplo comum dos números 8, 9 e 12 aumentado de 5.

O m.m.c. é $2^3 \times 3^2$=72.

O número 144, é o único múltiplo de 72 compreendido entre 100 e 200, e o número 144+5 representa a quantia repartida.

O número de pessoas de cada grupo :

144 ÷8 = 18 ;   144 ÷9=16 ;   144 ÷ 12=12

A quantia repartida é 144+5= $149.

25 - Solução

As cerejeiras representam 1-(1/2+1/4+1/6) ou 1/12 do número total das árvores.

No pomar há 50 × 12=600 árvores.

As laranjeiras são 600 × 1/2=800.

As mangueiras são 600 × 1/4= 150

As ameixeiras são 600 × 1/6 = 100

Solução Algébrica

$x/2 + x/4 + x/6 + 50 = x$

$11x + 600 = 12x$

$x = 600$

As laranjeiras são 600 × 1/2=800.

As mangueiras são 600 × 1/4= 150

As ameixeiras são 600 × 1/6 = 100

26 - Solução

As 3 ovelhas representam

1/2 + 1/3 + 1/5 - 1 = 1/30 do número total.

O rebanho conta com 3 × 30=90 ovelhas.

EQUAÇÃO :

$x/2 + x/3 + x/5 = x + 3$

27 - Solução

O número 640—50 ou 590 representa os

(1/3 + 1/4 + 2/5)5 = 59/12 do número total das cartas.

O carteiro está levando (590 × 12)/59 = 120 cartas.

EQUAÇÃO :

$(x/3 + x/4 + 2x/5)\ 5 = 640 - 50$

28 - Solução

Seja x o número de cartas, vem :

$1/3 \times 2x + 1/4 \times 2x + 2/5 \times 2x + 50 = 640$,

$x = 300$ cartas

29 - Solução

As frações 1/3 + 1/6 + 1/4 + 1/7 somadas representam os 25/28 do número total de maçãs. Os 3/28 restantes representam

2/3 + 3 1/3 + 6 5/7 = 10 maçãs e 5/7

O número procurado é

10 5/7 × 28/3 = 100 maçãs

EQUAÇÃO:

$x/3 + 2/3 + x/6 + 3\ 1/3 + x/4 + x/7 + 6\ 5/7 = x$

30 - Solução

A distância a vencer diariamente deve ser os 17/11 da distância Que se tencionara percorrer. Há, pois, um aumento de 6/11 ou 2 léguas 8/11.

A marcha diária devia ser de 2 8/11 $\times$ 11/6 = 5 léguas.

R. A distância total a vencer é 5 $\times$ 17 = 85 léguas.

Solução Algébrica

Seja x a distância a percorrer. Em um dia se percorre $x/17$ léguas. Porém o tempo passa a ser 11 dias para se percorrer a mesma distância x. Para conseguir isso a distância percorrida em um dia aumenta de 2 8/11 ou 30/11.

A marcha então percorre $x/17$ + 30/11 em um dia. Em 11 dias terá percorrido x. Então:

$(x/17 + 30/11) \times 11 = x$

$11x/17 + 30 = 17x$

$6x = 30 \times 17$

$6x = 510$

$x = 85$ léguas

31 - Solução

Os 11 pulos do galgo valem

8 $\times$ 11/5 = 17 3/5 pulos da lebre.

Dando 11 pulos, o galgo ganha

17 3/5 - 14 = 3 3/5 pulos da lebre.

Para alcançara lebre, o galgo deve dar: 11 $\times$ 63/(3 3/5) = 192 1/2 pulos

Solução Algébrica

Razão dos pulos

11 g ➔ 14 l

1 g ➔ y l y = 14/11 ou 1 pulo galgo = 14/11 pulos lebre

Mas

5 g ➔ 8 l

1g ➔ y l y = 8/5 ou 1 pulo galgo = 8/5 pulos lebre

Seja x o número de saltos pedido.

Enquanto o galgo dá x saltos, a lebre dará $14x/11$. Como, porém, x saltos do galgo valem $8x/5$ saltos da raposa, tem-se

$8x/5 - 14x/11 = 63$

$18x = 3465$

$x = 192{,}5$

32 - Solução

Convém reduzir as velocidades à mesma unidade. Se 7 saltos da raposa valem 3 do galgo, 1 salto da raposa vale os 3/7 do salto do galgo. Quando o galgo der 6 pulos, a raposa dará $9 \times 3/7$ ou 27/7

As velocidades são pois 6 e 27/7 e a distância que os separa

$60 \times 3/7 = 180/7$ de saltos do galgo.

Se x designar o número de saltos do galgo, a raposa dará

$x - 180/7$ e tem-se $x/(x-180/7) = 6/(27/7)$

dá x=72.

O galgo dará 72 saltos

OUTRA SOLUÇÃO :

Seja x o número de saltos pedido. Enquanto o galgo dá x saltos, raposa dará 9x/6. Como, porém, x saltos do galgo valem 7x/3 saltos da raposa, tem-se

$7x/3 - 9x/6 = 60$

$x = 72$

33 - Solução

Um pulo da raposa equivale aos 3/5 de pulo de cão ; de modo que enquanto o cão dá 4 pulos, a raposa dará 5 ÷ 3/5 = 3 pulos de mesmo tamanho. As velocidades são pois respectivamente 4 e 3, e o adiantamento de 60 pulos de que goza a raposa tão somente vale

60 ÷ 3/5 = 36 pulos do cão.

Seja x o número de pulos que deve dar o cão para alcançar a raposa; neste tempo, esta percorrerá a distância de x—36 pulos. Os espaços percorridos são proporcionais às velocidades, temos :

$x/4 = (x - 36)/3$

logo x= 144.

34 - Solução

Fração do poste pintada em azul :

$5/8 \times 3/5 = 3/8$ do poste.

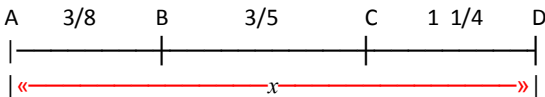
A parte vermelha, de 1 m 1/4, representa:

$1 - (3/8 + 3/8) = 1/4$ do poste.

Comprimento do poste : $1\ 1/4 \times 4 = 5$ m.

Comprimento da parte branca: $5 \times 3/8 = 1$ m 7/8

Comprimento da parte azul: $5 \times 3/8 = 1$ m 7/8

Solução Algébrica

Seja x o comprimento do poste.

AB = 3/8 de x

BD = $1 - 3/8 = 5/8$. Foi pintado então 3/5 de 5/8 de x

$1\ 1/4 \rightarrow 5/4$

Temos a equação:

$3x/8 + (3/5 \times 5/8)x + 5/4 = x$

$3x/4 + 5/4 = x$

$x = 5$

Comprimento da parte branca: $5 \times 3/8 = 1$ m 7/8

Comprimento da parte azul: $5 \times 3/8 = 1$ m 7/8

35 - Solução

O volume do 1º bloco é:

8/8 + 1/8 = 9/8 do segundo.

O volume do 3º bloco é:

27/16 do segundo.

Os 1005 l, representam

27/16 - 9/8 = 9/16 do segundo.

O volume do 2º bloco é:

1005 $\times$ 16/9 = 1786 2/3 l

O volume do 1º bloco é:

1786 2/3 $\times$ 9/8 = 2010 l

O volume do 3º bloco é:

1786 2/3 $\times$ 27/16 = 3015 l

O volume total do gelo é:

1786 2/3 +2010+3015= 6.811 2/3 l

Volume da água de fusão

6811 2/3 $\times$ 9/10 = 6130 1/2 l

Solução Algébrica

Sejam x, y e z os volumes dos três blocos. Temos então:

$x = y + y/8 \quad \rightarrow x = 9y/8$ (1)

$y = 16z/27$ (2)

$z\text{-}x = 1005 \quad \rightarrow z = x + 1005$ (3)

Então:

(3) em (2) $\rightarrow$ $y = (16\,(x + 1005))/27$ (4)

(4) em (1) $\rightarrow$ $x = 9/8 \times (16\,(x + 1005))/27$

$x = 2/3 \times (x+1005)$

$3x = 2x + 2010$

$x = 2010$ litros

$z = 2010 + 1005 \rightarrow z = 3015$ litros

$y = 8x/9 \rightarrow 8 \times 2010 \div 9 \rightarrow y = 1786{,}67$ litros

Volume total de gelo = 2010 + 3015 + 1786,67 $\rightarrow$ 6811,67

Seja v o volume original de água. Então:

Vol gelo = v + v/9 $\rightarrow$ 6811,67 = 10v/9 $\rightarrow$ v = 681,167 $\times$ 9 = > 6130,503 litros

36 - Solução

Ficam no tonel:

(7-5)/7 $\times$ (11-9)/11 = 4/77 do azeite

Este resto equivale a

105 ÷ (34,5 $\times$ 0,91) = 3,344 l

A capacidade dos 3/4 do tonel é de

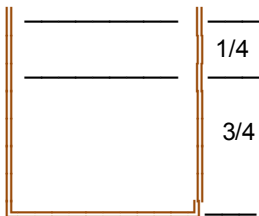
3,344 $\times$ 77/4 = 64,372 l

A capacidade do tonel é de

64,372 $\times$ 4 /3 = 85,83 litros

Solução Algébrica

Bem explicada!

Seja x a capacidade do tonel Então:

1/4 está cheio de ar
3/4 está cheio com azeite

$x = 1x/4 + 3x/4$

1ª Retirada: Tirar 5/7 de 3/4

$5/7 \times 3x/4 = 15x/28$

Sobram: $3x/4 - 15x/28 = 6x/28$

2ª Retirada: Tirar 9/11 de $6x/28$

$9/11 \times 6x/28 = 27x/154$

Sobram: $6x/28 - 27x/154 = 6x/154$

Portanto estamos com $6x/154$ litros de azeite no tonel
Um litro de azeite custa $34,5 \times 0,91 =$ \$31,395
Os $6x/154$ litros de azeite foram vendidos por \$105
Então: $105 \div 31,395 = 3,345$ litros
Logo:

$6x/154 = 3,345$

$x = 154 \times 3,345 \div 6$

$x = 85,86$ litros

37 - Solução

O leite deveria pesar

1,03 $\times$ 12 = 12,36 kg.

Substituindo um litro de leite por um de agua, o peso diminui de

1,03—1 =0,03 kg

Havia nos 12 litros

(12,36 - 12,3) ÷ 0,03 = 2 litros de água.

Solução Algébrica

Sejam x os litros de água adicionados. Então:

12,3 = (12-x) $\times$ 1,03 + x

12,3 = 12,36 - 1,03x + x

0,03x = 12,36 - 12,3

0,03x = 0,06

x = 2

38 - Solução

Seja x o número de litros ou kg de água pura acrescentada.

O peso da mistura será 100+x kg.

Seja z razão do peso do sal para o peso da mistura:

z = 8500/(100+x)

Na nova mistura essa razão é expressa por

z = 5/200

Temos em consequência :

8500/(100+x) = 5/200

Logo : x=240

Devem-se ajuntar 240 kg de água pura.

39 - Solução

A dissolução contém atualmente: 0,35 × 0,35/0,04 =3,0625 g de sal.

Fica da dissolução primitiva

0,35—0,14=0,21 litro.

Havia nesta dissolução

3,0625 × 0,35/0,21 = 5,104 g de sal

Solução Algébrica

Seja x a quantidade de sal na primeira solução. Então sua concentração é: x/035

Ao se retirar 0,14 litros, a solução com sal fica reduzida a :

0,35—0,14=0,21 litro.

Esta solução tem uma concentração de 0,35/0,04

Então:

0,35 l ➔ x/0,35

0,21 l ➔ 0,35/0,04

x = 0,35 × (0,35/004) × 0,35 ÷ 0,21

x = 5,104 g

40 - Solução

Seja x o número de cavalos

EQUAÇÃO : $1200x=(1200+300)(x-20)$

$1200x = 1200x - 24000 + 300x - 6000$

$300x = 30000$

$x=100$.

41 - Solução

Seja x o número das frutas.

O primeiro levou $x/2 - 9$.

O 2º tomou o 1/3 do resto menos 2 ou

$(x/2 - 9)1/3 - 2 = x/6 + 1$

O 3º ficou com 16 laranjas.

Temos, pois: $x/2 - 9 + x/6 + 1 + 16 = x$

que nos dá $x = 24$. O número de laranjas é 24

O 1º Levou $24/2 - 9 = 3$

O 2º levou $24/6 + 1 = 5$

O 3º Levou 16.

42 - Solução

Seja x o número de laranjas. Temos:

O preço de uma laranja é 9/12. O valor pago é pois $9/12 \times x$

Para $x + 4$ laranjas a dúzia custaria 9-1 = 8. Uma laranja vale pois 8/12

Então:

$9/12 \times x = 8/12 \times (x+4)$

$9x/12 = 8x/12 + 8/3$

$x = 32$

43 - Solução

Sejam x e x+16 os preços respectivos de um cordeiro e de uma ovelha.
Os 24 cordeiros custam $24x$ e os ovelhas $(x+16)24$.
Vem, pois, a equação :

$24x + (x+16)\,24 = 2304$

$48x = 2304 - 384$

$x = 1920/48$

Um cordeiro custa $40 e uma ovelha, $56.

44 - Solução

Seja x o algarismo das centenas ; y o das dezenas e z o das unidades; temos :

a) $x + y + z = 3y$

b) $100x + 10y + z - 198 = 100z + 10y + x$

c) $z = x/2$

Simplificando essas equações, vem :

$x - 2y + z = 0$

$x - z = 2$

$x = 2z$

Logo : $x=4$, $y=3$ e $z=2$.

Resp. O número é 432.

45 - Solução

Sejam x notas de \$2 e y notas de \$5 ; temos apenas a equação de 2 incógnitas :

$2x + 5y = 51$.

As soluções devem ser inteiras e positivas.

A equação dá :

$x = (51 - 5y)/2$ mas

$51 - 5y = 50 - 4y + 1 - y$ então

$x = (50 - 4y + 1 - y)/2$

$x = 25 - 2y + (1 - y)/2$

Façamos

$(1 - y)/2 = z$

teremos :

$y = 1 - 2z$

Agora, temos o sistema indeterminado :

$x = 25 - 2(1 - 2z) + z$

$x = 23 + 5z$

$y = 1 - 2z$

Como x e y devem ser positivos, precisamos ter ainda :

$23 + 5z > 0$ e $1 - 2z > 0$

ou

$z > -23/5$ e $z < 1/2$

Os valores inteiros que z pode tomar são :

$-4, -3, -2, -1, 0$

Logo, os valores de x serão :

3, 8, 13, 18, 23

e os de y:

9, 7, 5, 3, 1

Resp. Há 5 modos de realizar o pagamento, a saber :

1º. 3 notas de 2 e 9 notas de 5
2º. 8 notas de 2 e 7 notas de 5
3º. 13 notas de 2 e 5 notas de 5
4º. 18 notas de 2 e 3 notas de 5
5º. 23 notas de 2 e 1 nota de 5

46 - Solução

Seja x o número de notas de \$5. Então a quantia trocada é $5x$;
As notas de \$2 são em número de $x+252$, que valem $(x+252)2$;

Como é o mesmo valor nos 2 casos, vem a equação:

$5x=(x+252)2$

$x=168$

e a quantia procurada vale $5 \times 168 = 840$

47 - Solução Algébrica

Sejam

x = valor da bicicleta

y = valor do celular

Pagamento por 1 ano

$3000 + x + y$

Pagamento por 1 mês

$(3000 + x + y)\div 12$

1º Colono:

$(3000+ x +y)\div 12 \times 5 = 1100 + x$ (1)

2º Colono:

$(3000 + x +y)\div 12 \times 8= 2200 + y$ (2)

Então, em (2)

$(3000 + x +y)2 = 3(2200 + y)$

$6000 + 2x + 2y = 6600 + 3y$

$y = 6000 - 6600 + 2x$

$y = 2x - 600$ (3)

(3) em (2)

$(3000+x+(2x-600))\div 12\times 5 = 1100 + x$

$(3000+x+2x - 600)\div 12 \times 5 = 1100 + x$

$15000 + 15x - 3000 = 13200 + 12 x$

$15x - 12x = 13200 - 15000 +3000$

$3x = 1200$

$x = 400$

Subst. Em (3)

$y = 800 - 600$

$y = 200$

Resp:

bicicleta= $400

celular= $200

48 - Solução por Luis V Vallejo

para paginar as 9 primeiras usou	9 × 1	9
para paginar as 90 seguintes usou	90 × 2	180
Nº de tipos usado para as 99 primeiras páginas		189
O restante 258— 189 será usado		69
para numerar páginas de três algarismos	69÷ 3	23
Logo, o livro conterá	99+23	122

122 páginas

49 - Solução por Luis V Vallejo

páginas	caracteres	quant	total
1 a 9	9	1	9
10 a 99	90	2	180
100 a 999	900	3	2700
1000 a 9999	9000	4	36000

Como foram usados 11837 caracteres, o livro possui um número de páginas de 4 algarismos, pois se possuísse com 5 algarismos a quantidade de caracteres seria mais de 36000. Assim, a quantidade de caracteres usados para as páginas com até 3 algarismos é : 9 + 180 +2700 = 2889
Como foram usados 11837 caracteres o que falta para isso são as páginas com 4 caracteres: 11837 - 2889 = 8948
Dividindo por 4 : 8948 ÷ 4 = 2237 páginas
O livro tem então 999 + 2237 = 3236 páginas

50 - Solução por Luis V Vallejo

	Nº		Alg.	Soma
de 1 a 9	9	9×1	9	9
de 10 a 99	90	90×2	180	189
de 100 a 199	100	100×3	300	489
de 200 a 299	100	100×3	300	789
de 300 a 399	100	100×3	300	1089
de 400 a 499	100	100×3	300	1389
	499			

Até 499 escreveu 1389 algarismos e parou no número 499.
Então 1506 - 1389 = 117 algarismos a mais de 3 dígitos
$117 \div 3 = 39$ ou seja 39 números
$499 + 39 = 538 \rightarrow$ Parou no número 538

Anexos
1 - Editora FTD

A Editora FTD (iniciais de Frère Théophane Durand, Superior Geral da Congregação Marista de 1883 a 1907), é uma editora brasileira criada em 1902. A FTD publicou obras dos irmãos maristas até 1960. A Congregação dos Irmãos Maristas, nome pelo qual ficou conhecida a Congregação dos Pequenos Irmãos de Maria, fundada em 1817, na França, pelo Padre Marcelino Champagnat, veio para o Brasil em 1897, fundando vários colégios, faculdades e universidades. Frère Théophane Durand, em 1883, assumiu a diretoria da Congregação Marista, dando grande estímulo à produção de obras didáticas.

2 - Respostas dos problemas do exame de admissão

E para quem quiser saber as respostas dos problemas que estão nas páginas de exame de admissão na abertura deste livro, aqui estão:

Exame 18-12-40	Exame de 1948	Exame 3-2-49
1 - 3.817 2 - 14.700 litros 3 - 1 120/5099 4 - maior - segunda; menor - primeira 5 - 286 6 - 138g; 1,02 l; 1020g	1 - a) 12690 b) 1 2 - a) 40 e 14400 b) 0,002 3 a) 3 1/3 b) 8/25 4 - 62 5 - 19,00 e 42,00	1 - a) 1000 b) 900 c) 40 d) 9 e) MCMXLIX 2 - 72 e 13 3 - 245,00

Bibliografia:

- Curso de Álgebra Elementar - FTD - Liv Francisco Alves - 1914
- Elementos de Arithmetica - FTD - Liv Francisco Alves - 1915
- Noções de Álgebra Elementar - FTD - Liv Francisco Alves - 1925
- Elementos de Aritmética - FTD - Liv Francisco Alves - 1938
- Álgebra Elementar - FTD - Livraria Paulo de Azevedo & Cia - 1940
- Elementos de Aritmética - FTD - Livraria Paulo de Azevedo & Cia - 1940
- Matemática no Ciclo Ginasial - FTD - Liv Francisco Alves - 1945
- Matemática no Ginásio - Ir. Isidoro Dumont - FTD - Livraria Francisco Alves - 1945
- Manual de Matemática - Cecil Thiré - Liv Francisco Alves - 7ª Ed. 1945
- Matemática Ginasial - Roxo, Thiré, Mello e Souza - Liv Francisco Alves - 3ª Ed. 1945
- Exercícios de Aritmética - A Quintella; N O'Reilly - Ed Civilização Brasileira SA - 1949

- Problemas de Matemática - Jacomo Stávale - Cia Editora Nacional - 1949
- Aritmética - Ricardo R Vieira - Comp Editora Nacional - 1950
- Matemática - Galante, Marcondes Santos - Ed do Brasil - 1957